



آزمون هدف گذاری

۲۰ آذر ۱۴۰۴

دوازدهم ریاضی

دروس اختصاصی

پاسخ گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤالات	مدت پاسخ گویی (دقیقه)
۱	حسابان ۲	۱۰	۱ - ۱۰	۱۵
۲	هندسه ۳	۱۰	۱۱ - ۲۰	۱۵
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۲۱ - ۳۰	۱۵
۴	فیزیک ۳	۱۰	۳۱ - ۴۰	۱۵
۵	شیمی ۳	۱۰	۴۱ - ۵۰	۱۰
	مجموع	۵۰	۱ - ۵۰	۷۰

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۶ تا ۶۹

۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2} + \sqrt{3x^4} + \sqrt{x^8}}{|2-x|}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $-\sqrt{2}$

(۴) ۲

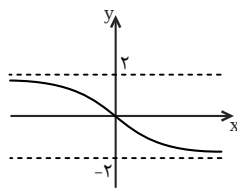
۲- شکل مقابل، نمودار تابع $y = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + bx + 4}}$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $(2, -4)$

(۲) $(-2, 4)$

(۳) $(-2, 0)$

(۴) $(2, 0)$



۳- حد کسر $\frac{x^{m+2} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1}$ با شرط $n > 3$ ، وقتی $x \rightarrow \infty$ برابر ۲- است. حاصل $m + n$ کدام است؟

(۱) $3/5$

(۲) ۴

(۳) $4/5$

(۴) ۵

۴- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $\sqrt{2}$

۵- اگر $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ و $g(x) = \frac{x}{2x-1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $f^{-1} \circ g$ کدام است؟

(۱) $(-1, 7)$

(۲) $(\frac{1}{2}, 7)$

(۳) $(1, -7)$

(۴) $(1, 7)$

۶- وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، خط $y=2$ مجانب افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-a|x+1|+7}{|x|-4x+3}$ است. وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، مجانب افقی نمودار f

کدام خط است؟

(۲) $y = -4$

(۱) $y = -\frac{3}{2}$

(۴) $y = -2$

(۳) $y = -\frac{5}{2}$

۷- توابع $f(x) = 2^{-x}$ و $g(x) = \log(2^x + 1)$ مفروض‌اند. برد تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x + \sin 2\pi x}{2x + \sin 2\pi x}$ خط مجانب افقی خود را در بازه $(\frac{\sqrt{13}}{2}, 3)$ ، چند بار قطع می‌کند؟

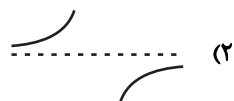
(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۹- نمودار تابع $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4}$ در اطراف مجانب افقی خود کدام است؟



۱۰- اگر تابع $f(x) = \frac{x^3 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$ ، فقط دارای دو مجانب باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۶

۱۱- کدام یک از معادلات زیر مربوط به یک دایره است؟

$$(1) \quad x^2 + y^2 + 2x + 3y + 4 = 0 \quad (2) \quad 2x^2 + 2y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$$

$$(3) \quad 3x^2 + 3y^2 + 2x + 2y + 1 = 0 \quad (4) \quad 2x^2 + 2y^2 + 3x + 3y + 2 = 0$$

۱۲- شعاع دایره‌ای که از نقاط $A(2, 4)$ و $B(3, 5)$ گذشته و خط $y = x - 1$ شامل قطری از آن باشد، کدام است؟

$$(1) \quad \sqrt{5} \quad (2) \quad 2\sqrt{5} \quad (3) \quad \sqrt{3} \quad (4) \quad 2$$

۱۳- دو دایره از نقطه $A(4, 8)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس‌اند. شعاع این دایره‌ها کدام است؟

$$(1) \quad 4 \text{ و } 20 \quad (2) \quad 4 \text{ و } 10 \quad (3) \quad 8 \text{ و } 10 \quad (4) \quad 8 \text{ و } 20$$

۱۴- خط به معادله $3x - 4y + 7 = 0$ ، دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ را در نقاط A و B قطع کرده است. طول وتر AB کدام است؟

$$(1) \quad \frac{6}{5} \quad (2) \quad \frac{8}{5} \quad (3) \quad \frac{12}{5} \quad (4) \quad \frac{16}{5}$$

۱۵- دایره C به هر دو نیمساز محورهای مختصات در ناحیه‌های اول و دوم مماس است. اگر فاصله مرکز دایره تا مبدأ مختصات ۶

واحد باشد، شعاع دایره کدام است؟

$$(1) \quad 6 \quad (2) \quad 3\sqrt{2} \quad (3) \quad \sqrt{2} \quad (4) \quad 3$$

۱۶- نقطه $M = (k+1, k-3)$ خارج دایره $x^2 + y^2 - 26 = 0$ قرار دارد. حدود k کدام است؟

$$(1) \quad k < -2 \text{ یا } k > 4 \quad (2) \quad -2 < k < 4$$

$$(3) \quad k > 2 \text{ یا } k < -4 \quad (4) \quad -4 < k < 2$$

۱۷- خط به معادله $5x - 12y = 4$ دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ را در نقاط A و B قطع کرده است. طول وتر AB

کدام است؟

$$(1) \quad 4 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 2\sqrt{2} \quad (4) \quad 4\sqrt{2}$$

۱۸- شعاع دایره‌ای که محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کند و قطری از آن روی نیمساز

ناحیه اول دستگاه مختصات واقع باشد، کدام است؟

$$(1) \quad 3 \quad (2) \quad \sqrt{10} \quad (3) \quad \sqrt{11} \quad (4) \quad 2\sqrt{2}$$

۱۹- به ازای کدام مقادیر m ، دایره $x^2 + y^2 + 4x + my + 4 = 0$ بر محور y ها مماس است؟

$$(1) \quad \pm 1 \quad (2) \quad \pm 2 \quad (3) \quad \pm 4 \quad (4) \quad \pm 8$$

۲۰- وتر مشترک دایره به معادله $x^2 + y^2 = 17$ ، با دایره C گذرا بر نقطه $(-1, 6)$ ، بر خط به معادله $2x - y = 3$ منطبق است. شعاع

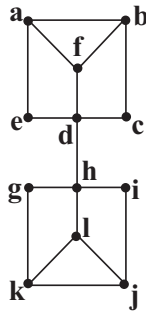
دایره C کدام است؟

$$(1) \quad 3 \quad (2) \quad 2\sqrt{2} \quad (3) \quad 2\sqrt{3} \quad (4) \quad 4$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

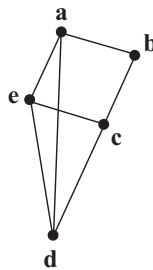
ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه های ۲۶ تا ۴۲

۲۱- در گراف مقابل چند دور به طول ۵ وجود دارد؟



- $$\begin{array}{l} \mathfrak{F} (1) \\ \mathfrak{G} (2) \\ \mathfrak{H} (3) \\ \mathfrak{I} (4) \end{array}$$

۲۲- در گراف مقابل چند مسیر از رأس a به b وجود دارد؟



- $$\begin{array}{l} f(1) \\ \Delta(2) \\ f(3) \\ \gamma(4) \end{array}$$

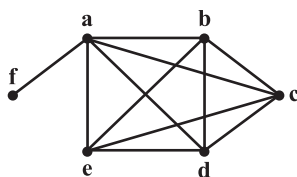
۲۳- چند گراف ساده وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازه آنها برابر ۱۲ باشد؟

- 6 (F) 5 (T) 4 (Y) 3 (I)

۲۴- حداکثر تعداد یال‌های یک گراف n - منتظم غیرکامل از مرتبه ۹ کدام است؟

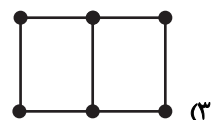
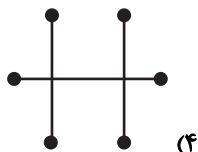
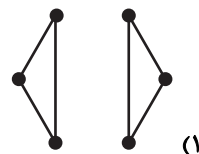
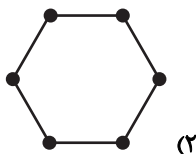
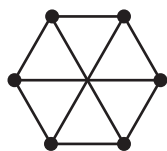
- ୧୫ (୯) ୧୮ (୩) ୨୬ (୪) ୨୭ (୧)

۲۵- گراف G در شکل زیر رسم گردیده است. اگر $x \in V(G)$ ، آنگاه به ازای چند رأس متمایز x ، $N_G[x] = \{a, b, c, d\}$ است؟



- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۲۶- گراف G در شکل مقابل رسم شده است. مکمل این گراف کدام است؟



۲۷- اگر گراف G ، ۳- منتظم و اندازه گراف $\bar{G}$ برابر ۴۸ باشد، مرتبه گراف G کدام است؟

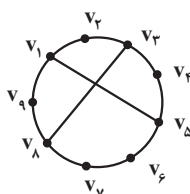
۶ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

۲۸- در گراف شکل مقابل دوری با کدام طول وجود ندارد؟



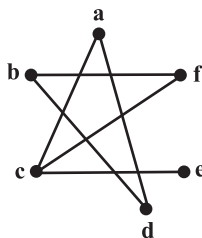
۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۲۹- گراف زیر چند زیرگراف از مرتبه ۶ دارد؟



۱۲۸ (۱)

۶۴ (۲)

۳۲ (۳)

۱۶ (۴)

۳۰- در یک گراف ساده، $q = ۳۲$ و $\Delta = ۴$ است. اگر مجموع درجات رئوس زوج این گراف برابر ۵۴ باشد، آنگاه تعداد رئوس درجه فرد این گراف کدام نمی‌تواند باشد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج (تا پایان تشدید): صفحه‌های ۴۶ تا ۶۹

۳۱- چند جمله از جملات زیر در مورد حرکت نوسانی ساده صحیح می‌باشد؟

(الف) هرگاه نوسانگری به مرکز نوسان نزدیک شود، دارای حرکت کندشونده است.

(ب) در مکان‌های منفی، سرعت نوسانگر الزاماً منفی و شتاب نوسانگر مثبت است.

(ج) حرکت نوسانی ساده، حرکتی با شتاب متغیر است.

(د) هرگاه مکان و سرعت نوسانگر مختلف‌العلامه باشند، حرکت تندشونده است.

(ه) هرگاه نوسانگر به نقاط بازگشت ($x = \pm A$) نزدیک شود، انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۲- دو آونگ A و B در یک مکان در حال نوسان هستند آونگ A در مدت ۲ دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر طول

آونگ B، ۶۴ درصد کمتر از طول آونگ A باشد در مدت ۲ دقیقه چند نوسان کامل بیشتر از آونگ A انجام خواهد داد؟

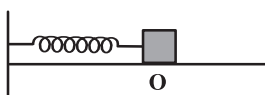
($g = \pi^2$ در نظر گرفته شود).

(۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۳۳- یک آونگ ساده به طول L در هر دقیقه ۱۰ نوسان انجام می‌دهد. اگر طول آونگ را ۹ برابر کنیم دوره نوسان چند ثانیه و

چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۳s ، کاهش (۲) ۲s ، افزایش (۳) ۱۲s ، کاهش (۴) ۱۲s ، افزایش

۳۴- مطابق شکل، روی یک سطح افقی و بدون اصطکاک وزنه نشان داده شده با دامنه کم A_1 می‌کشیم و رها می‌کنیم. دوره و انرژیمکانیکی سامانه T_1 و E_1 می‌شود، اگر وزنه را به اندازه $A_2 > A_1$ بکشیم و رها کنیم دوره و انرژی مکانیکی نوسان کننده T_2 و E_2 می‌شود. در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) $E_2 > E_1$ ، $T_2 > T_1$ (۲) $E_2 > E_1$ ، $T_2 = T_1$

(۳) $E_1 = E_2$ ، $T_2 = T_1$ (۴) $E_1 = E_2$ ، $T_2 > T_1$

۳۵- معادله مکان- زمان نوسانگر وزنه- فنری در SI به صورت $x = 0.04 \cos(50t)$ است. اگر انرژی جنبشی وزنه در هنگام عبور از

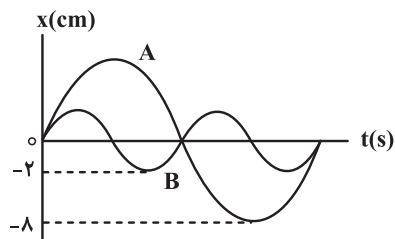
مرکز نوسان ۱۲۰ میلی‌ژول باشد، ثابت فنر در SI کدام است؟

(۱) ۲۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۵۰

۳۶- معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.05 \cos(20\pi t)$ می‌باشد. در چه لحظه‌ای برای دومین مرتبه انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه می‌شود؟ (فرض کنید نوسانگر در $t = 0$ در مکان $+A$ قرار دارد.)

- (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{3}{40}$ (۴) $\frac{4}{10}$

۳۷- شکل زیر، نمودار مکان- زمان دو نوسانگر سیستم جرم- فنر می‌باشد. اگر جرم نوسانگر B، ۱۶ برابر جرم نوسانگر A باشد، ضریب سختی فنر B چند برابر ضریب سختی فنر A است؟



- (۱) $\frac{1}{64}$
(۲) ۶۴
(۳) ۴
(۴) $\frac{1}{4}$

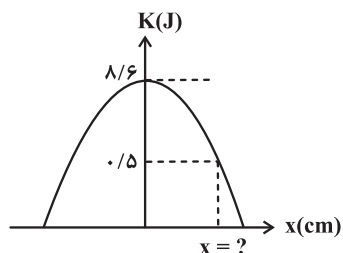
۳۸- انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگری ساده در یک لحظه معین به ترتیب برابر $0.06J$ و $0.04J$ است. اگر جرم نوسانگر ۲۰ گرم و دامنه نوسان ۱۰cm باشد دوره حرکت چند ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) ۱۰

۳۹- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۲۴ سانتی‌متر حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینه تندی نوسانگر $\frac{\pi}{50}$ متر بر ثانیه باشد در این صورت نوسانگر کمترین مسافتی را که در مدت ۴s طی می‌کند چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۴۰- نمودار انرژی جنبشی یک نوسانگر جرم- فنر بر حسب مکان آن به صورت شکل زیر است. اگر ثابت فنر $20 \frac{N}{m}$ باشد، مکان نوسانگر هنگامی که انرژی جنبشی‌اش 0.5 ژول است چند سانتی‌متر خواهد بود؟



- (۱) ۹
(۲) ۹۰
(۳) ۸
(۴) ۸۰

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۶۶

۴۱- کدام گزینه در مورد سلول سوختی درست است؟ ($H = 1$, $O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) سلول‌های سوختی مانند باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره می‌کنند.

(۲) در سلول سوختی هیدروژن، E° نیم‌واکنش انجام شده در کاتد برابر با صفر است.

(۳) واکنش اکسایش هیدروژن در سلول سوختی، بازدهی حدود ۸۰ درصدی دارد.

(۴) جرم اکسیژن مصرف شده در سلول سوختی، ۸ برابر جرم هیدروژن مصرف شده است.

۴۲- در یک سلول سوختی مناسب از گاز اتان به عنوان سوخت استفاده می‌شود، کدام عبارت‌ها در مورد این سلول سوختی درست می‌باشند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)

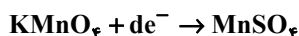
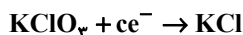
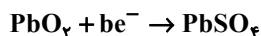
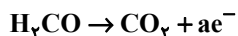
(الف) گاز اکسیژن وارد بخش آندی و گاز اتان وارد بخش کاتدی سلول می‌شود.

(ب) افزایش فشار گازها موجب افزایش ولتاژ تولیدی سلول می‌شود.

(پ) جرم اکسیژن مورد نیاز سلول از ۳/۵ برابر جرم اتان مصرفی بیشتر است.

(ت) در غشا مبادله کننده پروتون، H^{+} از قسمت آندی به قسمت کاتدی منتقل می‌شود.

(۱) الف، ب، پ، ت (۲) ب، پ، ت (۳) پ، ت (۴) الف، ب

۴۳- کدام مقایسه درباره مقادیر a ، b ، c و d در واکنش‌های زیر درست است؟ (توجه کنید معادله‌های شیمیایی داده شده کامل نیستند.)(۱) $c > a > b > d$ (۲) $c > a > d > b$ (۳) $c > d > a > b$ (۴) $c > d > b > a$

۴۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

(آ) در سلول الکترولیتی همانند سلول گالوانی اکسایش در آند و کاهش در کاتد انجام می‌گیرد.

(ب) در سلول الکترولیتی جهت جریان الکترون‌ها در مدار بیرونی از الکتروود منفی به الکتروود مثبت است.

(پ) از آنجا که فلز منیزیم همانند سدیم اکسندهای قوی است، آن را در صنعت از برقکافت منیزیم کلرید مذاب تهیه می‌کنند.

(ت) در سلول الکترولیتی برخلاف گالوانی هر دو الکتروود درون یک الکترولیت قرار می‌گیرند.

(۱) ب، پ، ت (۲) آ، ت (۳) آ، ب، ت (۴) آ، پ

۴۵- کدام یک از مطالب زیر درباره برقکافت آب درست است؟

(آ) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی با جهت عبور کاتیون‌ها از دیواره متخلخل یکسان است.

(ب) حجم گاز هیدروژن تولید شده در آند، ۲ برابر حجم گاز اکسیژن تولید شده در کاتد است.

(پ) با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از درون محلول الکترولیت رقیق، آب به عناصر سازنده‌اش تجزیه می‌شود.

(ت) در اثر تماس کاغذ pH با محلول اطراف قطب منفی، رنگ آن سرخ می‌شود.

(۱) آ، ب، پ (۲) آ، پ (۳) پ، ت (۴) فقط پ

۴۶- چه تعداد از موارد زیر در مورد برقکافت سدیم کلرید مذاب نادرست است؟

(الف) در تیغه گرافیتی که به قطب منفی باتری متصل می‌شود، نیم‌واکنش آندی رخ می‌دهد.

(ب) اطراف قطب منفی سلول گاز تولید می‌شود.

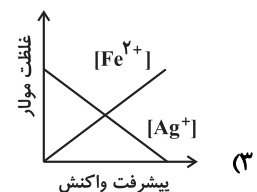
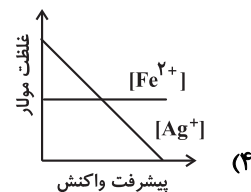
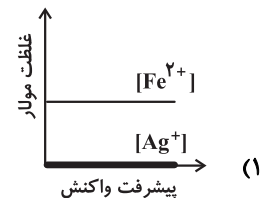
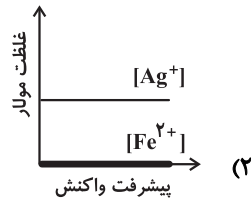
(پ) اندازه تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده برابر گونه اکسند است.

(ت) برای تولید فلز سدیم، علاوه بر این روش، می‌توان از برقکافت محلول سدیم کلرید نیز استفاده کرد.

(ث) افزایش مقداری کلسیم کلرید به واکنش، سبب کاهش دمای ذوب و در نتیجه افزایش صرفه اقتصادی می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷- کدام نمودار غلظت گونه‌های محلول را در آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره، به درستی نشان می‌دهد؟ (الکترولیت به کار رفته، محلول یک مولار از نمک نقره است و فرض کنید فلز نقره به مقدار کافی در سلول وجود دارد.)



۴۸- در فرآیند برقکافت منیزیم کلرید مذاب، به ازای تولید ۹۶ گرم فلز منیزیم، چند لیتر گاز کلر در شرایط (STP) به دست می‌آید؟

$$(Mg = 24, Cl = 35.5 : g.mol^{-1})$$

(۲) ۸۹/۶

(۱) ۴۴/۸

(۴) ۳۳/۶

(۳) ۲۲/۴

۴۹- کدام گزینه در مورد فرایند هال نادرست است؟

(۱) به ازای تولید ۲/۲ گرم ماده گازی (در معادله واکنش کلی)؛ ۰/۲ مول الکترون (بین کاهنده و اکسنده) مبادله می‌شود.

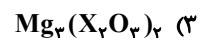
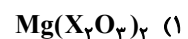
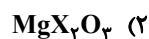
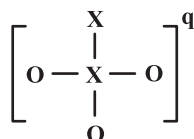
(۲) چگالی آلومینیم تولید شده در این فرایند از چگالی الکترولیت به کار رفته بیشتر است.

(۳) اطراف الکترودهای استوانه‌ای شکل موجود در دستگاه عمل اکسایش و کاهش انجام می‌شود.

(۴) کاتیون $Al^{3+}(aq)$ موجود در دستگاه در اطراف قطب منفی کاهش می‌یابد.

۵۰- اگر عدد اکسایش اتم مرکزی در یون زیر، برابر ۵+ باشد، فرمول شیمیایی ترکیب آن با یون منیزیم کدام است؟ (همه اتم‌ها از

قاعده هشت تایی پیروی می‌کنند.)

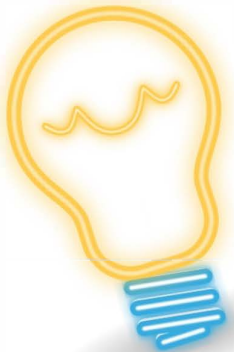


داندود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشتی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



join us ...



دفترچه پاسخ آزمون هدف گذاری

۲۰ آذر ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
حسابان ۲	سهیل تقی زاده - عادل حسینی - طاهر دادستانی - سعید علم پور
هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - مهید خالقی - کیوان دارابی - علیرضا شریف خطیبی - مبشره ضرابیه - رضا عباسی اصل - نوید مجیدی - محسن محمد کریمی - حمید گروسی - امیر وفایی
فیزیک ۳	کامران ابراهیمی - عبدالرضا امینی نسب - علی برزگر - محمد راست پیمان - سید محمد رضا روحانی
شیمی ۳	رئوف اسلام دوست - امیر حاتمیان - ارژنگ خالتری - مرتضی رضائی زاده - روزبه رضوانی - حمید ذبحی - محمد فائز نیا - حسین ناصری ثانی

گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	امیر حسین کردباغ	محمد خندان	سینا صالحی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	مهشید نیازی
مسئول درس	امیر حسین کردباغ	محمد خندان	سینا صالحی	مجتبی محبوب
مسئول درس مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	احسان صادقی	امیر حسین توحیدی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	امیر حسین کردباغ
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه «۴» ۱-

(کتاب آبی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + \sqrt{3x^4 + \sqrt{x^8}}} + \sqrt{3x^4 + \sqrt{x^8}}}{|2-x|} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + \sqrt{3x^4 + x^4}}}{|2-x|} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + \sqrt{4x^4}}}{|2-x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 2x^2}}{|2-x|} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2}}{|2-x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2|x|}{|2-x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x-2} = 2 \end{aligned}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

گزینه «۳» ۲-

(کتاب آبی)

با توجه به نمودار، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ است، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2 + bx + c}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{x + \frac{b}{2}} = -a = 2 \Rightarrow a = -2$$

از طرفی تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است، پس مخرج فاقد ریشه است، لذا:

$$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} b^2 - 4c < 0 \Rightarrow -4 < b < 4$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۳» درست است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۲» ۳-

(کتاب آبی)

از آنجایی که $n > 3$ ، پس $n - 2 > 1$ ، لذا جمله با توان بزرگتر مخرج mx^{n-2} است و از آنجایی که حد تابع عددی غیرصفر شده است، در صورت کسر جمله با توان بزرگتر x^{m+3} خواهد بود، زیرا درجه‌ی آن باید از ۱ بیش‌تر باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^{m+3}}{mx^{n-2}} = -2$$

با توجه به حد تابع باید:

$$\begin{cases} \frac{1}{m} = -2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \\ m + 3 = n - 2 \xrightarrow{m = -\frac{1}{2}} \frac{-1}{2} + 3 = n - 2 \Rightarrow n = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 4$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

گزینه «۴» ۴-

(کتاب آبی)

ابتدا $\sqrt{x}$ را در داخل پرانتز ضرب کرده و سپس حد را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} \right)} - \sqrt{x \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1} \right)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+1}} \right) \\ &= \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

گزینه «۴» ۵-

(عادل حسینی)

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x-3}{x-1} = -\frac{x+3}{x-1}$$

$$g(x) = \frac{x}{2x-1}$$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = -\frac{g(x)+3}{g(x)-1} = -\frac{\frac{x}{2x-1} + 3}{\frac{x}{2x-1} - 1}$$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ g)(x) = \frac{3x-3}{x-1}; D_{f^{-1} \circ g} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}$$

(مجاوب قائم) $x=1$: ریشه مخرج

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f^{-1} \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

 $\Rightarrow y=3$ (مجاوب افقی)بنابراین محل تلاقی مجانب‌ها نقطه $(1, 3)$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۴» ۶-

(سعید علم‌پور)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - a(x+1) + 7}{x - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x + 7-a}{-3x+3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x}{-3x} = \frac{2-a}{-3} = 2 \Rightarrow a = 8$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 8(x+1) + 7}{-x - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x}{-5x} = -2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۷- گزینه «۱»

(عادل مسینی)

دامنه هر دو تابع f و g و در نتیجه دامنه تابع $f \circ g$ برابر $\mathbb{R}$ است. تابع f اکیداً نزولی و تابع g اکیداً صعودی است، در نتیجه تابع $f \circ g$ اکیداً نزولی است. پس برای محاسبه برد آن، کافی است حد آن را در $\pm\infty$ حساب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

یعنی خط‌های $y=1$ و $y=0$ مجانب‌های افقی نمودار تابع $f \circ g$ هستند و برد آن بازه $(0, 1)$ است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۸- گزینه «۳»

(سویل تقی‌زاده)

از آنجا که همواره $1 \leq \sin 2\pi x \leq -1$ ، بنابراین عامل مؤثر در بی‌نهایت در صورت $3x$ و در مخرج $2x$ است، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sin 2\pi x}{2x + \sin 2\pi x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x} = \frac{2}{2}$$

حال نمودار تابع را با خط $y = \frac{3}{2}$ قطع می‌دهیم:

$$f(x) = \frac{2x + \sin 2\pi x}{2x + \sin 2\pi x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6x + 2 \sin 2\pi x = 6x + 2 \sin 2\pi x$$

$$\Rightarrow \sin 2\pi x = 0 \Rightarrow 2\pi x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\sqrt{13}}{2} < \frac{k}{2} < \frac{6}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 4, 5$$

بنابراین f مجانب افقی خود را در بازه موردنظر در ۲ نقطه قطع می‌کند.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۹- گزینه «۲»

(طاهر «داستانی»)

$$y = \frac{(x^2 - 4) - 5x + 8}{x^2 - 4} = 1 + \frac{8 - 5x}{x^2 - 4}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$$

اما وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $x > 1$ و وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، $y < 1$ است که تنها شکل نمودار گزینه «۲» این ویژگی را دارد.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۰- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

مقدار a هر چه باشد، نمودار f یک مجانب افقی دارد، زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{(x)(4x^2)} = \frac{1}{4}$$

پس $y = \frac{1}{4}$ مجانب افقی نمودار تابع f است و تابع باید فقط یک مجانب

قائم داشته باشد. از طرفی $4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$ و عبارت

$x^3 - 5x + 4$ نقطه به ازای $x=1$ برابر با صفر می‌شود، پس بر $(x-1)$

بخش‌پذیر است. با استفاده از تقسیم یا تجزیه، عامل $(x-1)$ را در آن

ایجاد می‌کنیم:

$$x^3 - 5x + 4 = (x^3 - x) - (4x - 4) = x(x^2 - 1) - 4(x - 1)$$

$$= (x-1)(x(x+1) - 4) = (x-1)(x^2 + x - 4)$$

بنابراین داریم:

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2 + x - 4)}{(x-a)(2x-1)^2}$$

برای آنکه نمودار تابع f تنها یک مجانب قائم داشته باشد، سه حالت

امکان‌پذیر است:

حالت اول: $a = \frac{1}{2}$ که در این صورت مخرج فقط یک ریشه $x = \frac{1}{2}$ دارد

که معادله مجانب قائم نمودار f است.

حالت دوم: $a=1$ که در این صورت $(x-1)$ از صورت و مخرج حذف

می‌شود و باز هم $x = \frac{1}{2}$ معادله مجانب قائم نمودار تابع f است.

حالت سوم: $x=a$ ریشه معادله $x^2 + x - 4 = 0$ باشد که در این صورت

عامل $x-a$ از صورت و مخرج حذف می‌شود و باز هم $x = \frac{1}{2}$ تنها مجانب

قائم نمودار f است. اگر $x=a$ ریشه $x^2 + x - 4 = 0$ باشد، داریم:

$$a^2 + a - 4 = 0 \Rightarrow \text{مجموع مقادیر } a = S = \frac{-1}{1} = -1$$

بنابراین مجموع همه مقادیر ممکن برای a برابر است با:

$$\frac{1}{2} + 1 + (-1) = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

هندسه ۳

۱۱- گزینه «۴»

(نویز مهیری)

معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در صورتی متعلق به یک دایره است که رابطه $a^2 + b^2 - 4c > 0$ برقرار باشد. برای هر یک از گزینه‌ها درستی این رابطه را امتحان می‌کنیم. (در مواردی که ضریب x^2 و y^2 عددی غیر یک باشد، ابتدا معادله را به آن عدد تقسیم می‌کنیم).

گزینه «۱»:

$$x^2 + y^2 + 2x + 3y + 4 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = 4 + 9 - 16 = -3 < 0$$

گزینه «۲»:

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = 4 + 4 - 8 = 0$$

گزینه «۳»:

$$x^2 + y^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{4}{3} = -\frac{4}{9} < 0$$

گزینه «۴»:

$$x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y + 1 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} - 4 = \frac{1}{2} > 0$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۴۲)

۱۲- گزینه «۱»

(معبّر خالئی)

چون خط $y = x - 1$ شامل قطری از دایره است، پس مرکز دایره روی این خط قرار دارد در نتیجه مختصات مرکز این دایره به صورت $(\alpha, \alpha - 1)$ است. پس داریم:

$$OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (\alpha - 5)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (\alpha - 6)^2}$$

$$29 - 14\alpha = 45 - 18\alpha \Rightarrow 4\alpha = 16 \Rightarrow \alpha = 4$$

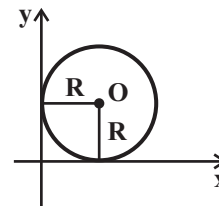
$$\Rightarrow OA = R \Rightarrow \sqrt{(4 - 2)^2 + (4 - 5)^2} = R = \sqrt{5}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۴۰ تا ۴۳)

۱۳- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق شکل مختصات مرکز دایره‌ای به شعاع R که در ربع اول بر هر دو محور مختصات مماس باشد، به صورت $O(R, R)$ است. بنابراین:



$$\text{معادله دایره: } (x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$\xrightarrow{(4, 8)} (4 - R)^2 + (8 - R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow 16 - 8R + R^2 + 64 - 16R + R^2 = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 24R + 80 = 0 \Rightarrow (R - 4)(R - 20) = 0$$

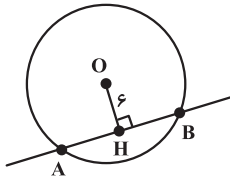
$$\Rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R = 20 \end{cases}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۴- گزینه «۴»

(مفسر ممبرکریمی)

$$C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow O(1, 1), R = 2$$



$$OH = \frac{|3 \times 1 - 4 \times 1 + 7|}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow BH^2 = OB^2 - OH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{8}{5}$$

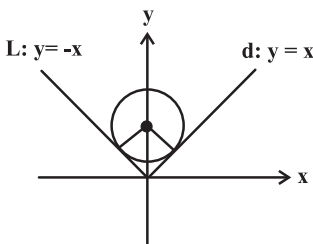
$$AH = BH \Rightarrow AB = 2BH \Rightarrow AB = \frac{16}{5}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۵- گزینه «۲»

(معبّر خالئی)

چون دایره هم به خط $y = x$ و هم خط $y = -x$ مماس است پس مرکز آن باید روی نیمساز زاویه تشکیل شده از برخورد دو نیم خط L و d باشد یعنی باید روی محور y ها قرار داشته باشد. پس مختصات آن $(0, 6)$ است. پس شعاع آن برابر است با فاصله این نقطه از خط $y = x$ که برابر است با:



$$R = \frac{|x - y|}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)



۱۶- گزینه «۱»

(معبر فالتی)

فرض کنید $C(x, y) = 0$ ، معادله یک دایره باشد. در این صورت اگر
نقطه‌ای خارج این دایره باشد، آن‌گاه $M = (x_0, y_0)$
 $C(x_0, y_0) > 0$ است. در نتیجه داریم:

$$(k+1)^2 + (k-3)^2 - 26 > 0$$

$$\Rightarrow k^2 + 2k + 1 + k^2 - 6k + 9 - 26 > 0$$

$$\Rightarrow 2k^2 - 4k - 16 > 0 \Rightarrow k^2 - 2k - 8 > 0$$

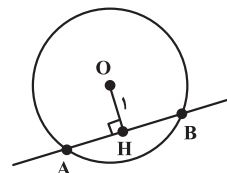
$$\Rightarrow (k-4)(k+2) > 0 \Rightarrow k > 4 \text{ یا } k < -2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۷- گزینه «۴»

(معبر فالتی)

$$C: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0 \Rightarrow O(3, 2), R = 3$$



$$OH = \frac{|5 \times 3 - 12 \times 2 - 4|}{13} = 1$$

$$\Rightarrow BH^2 = OB^2 - OH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AH = BH \Rightarrow AB = 2BH \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۸- گزینه «۲»

(کیوان دارایی)

نقاط $A(2, 0)$ و $B(0, 4)$ دو نقطه از دایره هستند. بنابراین مرکز این دایره
روی عمودمنصف AB (خط Δ) واقع است. معادله عمودمنصف AB را می‌نویسیم:

$$M = \frac{A+B}{2} = (1, 2) \text{ (وسط B و A)}$$

$$m_{AB} = \frac{4-0}{0-2} = -2 \Rightarrow m_{\Delta} = \frac{-1}{m_{AB}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{معادله عمودمنصف AB: } y-2 = \frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow 2y-4 = x-1$$

$$\Rightarrow x = 2y - 3$$

از طرفی مرکز دایره روی نیمساز ناحیه اول نیز قرار دارد، بنابراین مرکز
دایره از تلاقی معادله خط به‌دست آمده با خط $y = x$ بدست می‌آید:

$$\begin{cases} x = 2y - 3 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = 2x - 3 \Rightarrow x = 3, y = 3$$

پس مرکز دایره، نقطه $O(3, 3)$ است و داریم:

$$\text{شعاع دایره: } R = OA = \sqrt{(2-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۹- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)

$$x^2 + y^2 + 4x + my + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + my + \frac{m^2}{4}) - \frac{m^2}{4} = 0$$

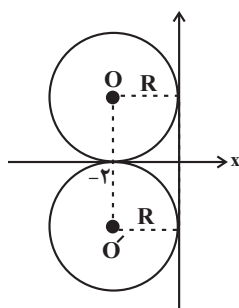
$$\Rightarrow (x+2)^2 + (y+\frac{m}{2})^2 = (\frac{m}{2})^2$$

$$\Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(-2, -\frac{m}{2})$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \left| \frac{m}{2} \right|$$

چون دایره بر محور y ها مماس است، پس شعاع دایره برابر قدرمطلق طول
مرکز دایره است و در نتیجه داریم:

$$\left| \frac{m}{2} \right| = 2 \Rightarrow m = \pm 4$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۰- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

فرض کنید معادله دایره C به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
باشد. برای یافتن معادله وتر مشترک دو دایره، معادلات دو دایره را برابر هم
قرار می‌دهیم:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = x^2 + y^2 - 17 \Rightarrow ax + by = -c - 17$$

وتر مشترک دو دایره بر خط $2x - y = 3$ منطبق است، پس داریم:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{-1} = \frac{-c-17}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = -2b \\ c = 3b - 17 \end{cases}$$

نقطه $(6, -1)$ روی دایره است، پس مختصات آن در معادله دایره صدق می‌کند:

$$x^2 + y^2 - 2bx + by + 3b - 17 = 0$$

$$\xrightarrow{(6, -1)} 36 + 1 - 12b - b + 3b - 17 = 0$$

$$\Rightarrow 10b = 20 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ c = -11 \end{cases}$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 4 + 44}}{2} = \frac{\sqrt{64}}{2} = 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)



ریاضیات گسسته

گزینه «۳» - ۲۱

(امیر وفائی)

- ۱) abcdea ۳) abfdea ۵) ghijklg
۲) kghijk ۴) abcdfa ۶) hijklh

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۸)

گزینه «۲» - ۲۲

(علیرضا شریف فطیعی)

اگر u و v دو رأس از گراف G باشند، یک مسیر از u به v در گراف G دنباله‌ای است از رأس‌های دو به دو متمایز گراف G که از u شروع و به v ختم می‌شود به طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله در گراف G مجاور هستند. مسیرهای به طول مختلف از a به b در گراف مفروض عبارت‌اند از:

مسیر به طول ۱ $ab \rightarrow$

مسیر به طول ۳ $adcb \rightarrow$

مسیر به طول ۳ $aecb \rightarrow$

مسیر به طول ۴ $adecb \rightarrow$

مسیر به طول ۴ $aedcb \rightarrow$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۸)

گزینه «۴» - ۲۳

(مبشره ضرابیه)

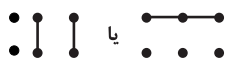
حالت‌های ممکن برای چنین گرافی عبارت‌اند از:

۱) $p=12, q=1$



مطابق شکل، تنها یک گراف با این مشخصات قابل رسم است.

۲) $p=6, q=2$



مطابق شکل، دو گراف با این مشخصات قابل رسم است.

۳) $p=4, q=3$



مطابق شکل، سه گراف با این مشخصات قابل رسم است.

بنابراین در مجموع ۶ گراف وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازه آنها

برابر ۱۲ باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

گزینه «۱» - ۲۴

(معبّر خالقی)

می‌دانیم که گراف فرد منتظم مرتبه فرد وجود ندارد. از طرفی گراف کامل

نیست پس $n \neq 8$ است، پس بیشترین تعداد یال را زمانی داریم که

$n=6$ در این صورت داریم:

$2q = 9 \times 6 \Rightarrow q = 27$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

گزینه «۱» - ۲۵

(مبشره ضرابیه)

$N_G[x]$ همسایگی بسته رأس x است، بنابراین شامل رأس x می‌باشد،

یعنی x باید به مجموعه $\{a, b, c, d\}$ تعلق داشته باشد. ولی با توجه به

نمودار گراف، تمام رئوس a, b, c و d با رأس e مجاور هستند و مجموعه

همسایگی بسته آنها لزوماً شامل رأس e نیز خواهد بود، پس به ازای هیچ

رأس x ، همسایگی بسته این رأس برابر $\{a, b, c, d\}$ نیست.

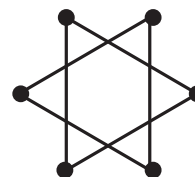
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۶)



۲۶- گزینه «۱»

(امیرمسین ابرمیبوب)

مکمل گراف G که آن را با $\overline{G}$ نمایش می‌دهیم، گرافی است که مجموعه رئوس آن همان مجموعه رئوس گراف G است و بین هر دو رأس از $\overline{G}$ یک یال وجود دارد اگر و تنها اگر بین همان دو رأس در گراف G یالی وجود نداشته باشد. با توجه به این تعریف گراف $\overline{G}$ به صورت زیر است:



این گراف از دو مثلث جدا از هم تشکیل شده و معادل گراف گزینه «۱» است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۷)

۲۷- گزینه «۱»

(معبر فالتی)

$$\frac{3p}{2} + 48 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 3p + 96 = p(p-1)$$

$$p^2 - 4p - 96 = 0 \Rightarrow (p-12)(p+8) = 0 \Rightarrow p = 12$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۸- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

این گراف شامل دوره‌هایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است. ولی دوری به طول ۸ ندارد. به عنوان مثال داریم:

۵ طول به دور: $v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_1$

۶ طول به دور: $v_1 v_5 v_6 v_7 v_8 v_1$

۷ طول به دور: $v_1 v_2 v_3 v_8 v_7 v_6 v_5 v_1$

۹ طول به دور: $v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_7 v_8 v_1$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۴۲)

۲۹- گزینه «۲»

(معبر فالتی)

یک زیرگراف از G ، گرافی است که مجموعه رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌های G است. این گراف ۶ رأس دارد و زیرگراف خواسته شده نیز از مرتبه ۶ است. پس تمام رئوس این گراف باید در زیرگراف مذکور باشند. حال توجه کنید که هر کدام از ۶ یال گراف می‌تواند در زیرگراف باشد یا خیر. پس

$$2^6 = 64$$

زیرگراف با ویژگی خواسته شده داریم.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۷)

۳۰- گزینه «۱»

(معبر کروس)

می‌دانیم مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌های آن است. اگر مجموع درجات رئوس زوج را با A و مجموع درجات رئوس فرد گراف را با B نمایش دهیم، داریم:

$$2q = A + B \Rightarrow 64 = 54 + B \Rightarrow B = 10$$

با توجه به این که $\Delta = 4$ است، پس این گراف نمی‌تواند رأسی با درجه بزرگ‌تر از ۴ داشته باشد، بنابراین رئوس فرد گراف فقط می‌توانند از درجه ۱ یا ۳ باشند؛ زیرا در هیچ‌یک از حالت‌های وجود ۲ رأس از درجه ۱، یک رأس درجه ۱ و یک رأس درجه ۳ و یا ۲ رأس درجه ۳، مجموع درجات رئوس فرد برابر ۱۰ نمی‌شود.

اعداد گزینه‌های دیگر بر اساس حالت‌های زیر امکان‌پذیر هستند:

گزینه «۲»: گراف سه رأس درجه ۳ و یک رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه «۳»: گراف دو رأس درجه ۳ و چهار رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه «۴»: گراف یک رأس درجه ۳ و هفت رأس درجه ۱ داشته باشد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

فیزیک ۳

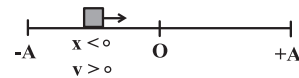
۳۱- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

بررسی موارد:

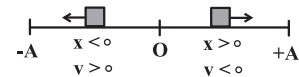
الف) نادرست؛ هرگاه نوسانگری به مرکز نوسان نزدیک شود، دارای حرکت تندشونده است.

ب) نادرست؛ در مکان‌های منفی، ممکن است سرعت نوسانگر، مثبت و یا منفی باشد.

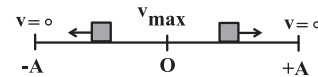


ج) درست؛ چون اندازه و جهت شتاب در حال تغییر است.

د) درست؛ هرگاه مکان و سرعت نوسانگر مختلف‌العلامه باشند، نوسانگر به سمت مرکز نوسان در حرکت است و حرکت تندشونده است.



ه) درست؛ هرگاه نوسانگر به سمت نقاط بازگشت حرکت کند، سرعت متحرک در حال کم شدن است. بنابراین انرژی جنبشی نوسانگر نیز کاهش می‌یابد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۳۲- گزینه «۳»

(اکرامان ابراهیمی)

طبق رابطه $T = \frac{\text{زمان}}{\text{تعداد نوسان}}$ برای آونگ A می‌توان نوشت:

$$N_A = 120 \quad T_A = \frac{120s}{120} = 1s$$

از طرفی با توجه به فرمول $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ چون g برای هر دو آونگ

یکسان است فرمول مقایسه‌ای به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}} \Rightarrow \frac{T_B}{1} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{6}{10} \Rightarrow T_B = 0.6s$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{\text{زمان}}{\text{تعداد نوسان}}$ می‌توانیم تعداد نوسان‌های

آونگ B را در مدت ۲ دقیقه به دست آوریم:

$$0.6 = \frac{120s}{N_B} \Rightarrow N_B = 200 \text{ در } 2 \text{ دقیقه}$$

$$N_B - N_A = 200 - 120 = 80$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۳۳- گزینه «۴»

(علی بزرگر)

ابتدا باید دوره تناوب اولیه جسم را به دست آوریم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{t=60s}{n=10} \Rightarrow T_1 = 6s$$

سپس با توجه به فرمول دوره تناوب $(T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{L_2=9L_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{9L_1}{L_1}} = 3$$

$$\xrightarrow{T_1=6s} T_2 = 18s$$

لذا می‌توان نتیجه گرفت دوره تناوب ۱۲ ثانیه افزایش یافته است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۳۴- گزینه «۲»

(مهمر راست‌پیمان)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} \quad \text{دوره وزنه- فنر به دامنه بستگی ندارد.}$$

بنابراین با نوسانات کم دامنه دوره فنر به دامنه بستگی ندارد. اما انرژی

$$E = \frac{1}{2}KA^2 \quad \text{نوسان کننده به دامنه بستگی دارد.}$$

بنابراین چون $A_2 > A_1$ پس $E_2 > E_1$ و گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۳۵- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

با مقایسه معادله مکان- زمان با رابطه $x = A \cos(\omega t)$ ملاحظه می‌شود

که دامنه نوسان $0.04m$ و $\omega = 50 \frac{rad}{s}$ می‌باشد. از طرفی هرگاه

نوسانگر از مرکز نوسان عبور کند، انرژی جنبشی آن بیشینه است و داریم:

$$K_{max} = E = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow 120 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times K \times \left(\frac{4}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow f^2 = \frac{0.1}{0.004} = 25 \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(کامران ابراهیمی)

گزینه «۳» -۳۹

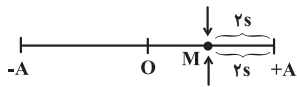
همان‌طور که می‌دانیم طول پاره‌خط نوسان دو برابر دامنه نوسان است. پس داریم:

$$2A = 24 \text{ cm} \Rightarrow A = 12 \text{ cm}$$

از طرفی طبق رابطه $v_{\max} = A\omega$ خواهیم داشت:

$$\frac{\pi}{50} = \frac{12}{100} \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

با توجه به این که هر چه به نقاط بازگشتی نزدیک می‌شویم تندی کاهش می‌یابد، نتیجه می‌گیریم برای این که در مدت ۴ s کمترین مسافت طی شود باید این ۴ ثانیه متحرک اطراف نقاط بازگشتی باشد که می‌توانیم به شکل زیر در نظر بگیریم: (کمترین مسافت در مدت ۴ ثانیه در شکل زیر طی شده است).



$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow x_M = (12 \text{ cm}) \cos\left(\frac{2\pi}{12} \times 2\right)$$

$$= (12 \text{ cm}) \times \frac{1}{2} = 6 \text{ cm}$$

پس کمترین مسافت طی شده در مدت ۴ ثانیه برابر است با:

$$6 + 6 = 12 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۷)

(سیرمهر رضا روحانی)

گزینه «۲» -۴۰

$$K_{\max} = E = 8/6 \text{ J}$$

$$E = K + U \Rightarrow 8/6 = 0/5 + U \Rightarrow U = 8/1 \text{ J}$$

$$U = \frac{1}{2} Kx^2 \Rightarrow 8/1 = \frac{1}{2} \times 20 \times x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{81}{100} = 0/9 \text{ m} = 90 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

$$\Rightarrow 12 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-4} K$$

$$\Rightarrow K = \frac{12 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-4}} = 1/5 \times 10^2 = 150 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

گزینه «۳» -۳۶

(عبدالرضا امینی نسب)

انرژی جنبشی نوسانگر، مانند سرعت نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه می‌شود.

بنابراین مطابق شکل زیر، نوسانگر پس از $\frac{3T}{4}$ انرژی جنبشی آن برای

دومین بار بیشینه می‌شود.



$$\frac{3T}{4} = ?$$

$$\omega = 20\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{10} \text{ s} \Rightarrow \frac{3T}{4} = \frac{3}{40} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

گزینه «۲» -۳۷

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به نمودار مکان- زمان دو نوسانگر داریم:

$$T_A = 2T_B \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = 2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{1}{2}$$

از طرفی طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ داریم:

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \sqrt{\frac{K_B \times m_A}{K_A \times m_B}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{K_B \times 1}{K_A \times 16}}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{1}{16} \frac{K_B}{K_A} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = 64$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

گزینه «۱» -۳۸

(کامران ابراهیمی)

طبق روابط $E = 2\pi^2 m A^2 f^2$ و $E = U + K$ برای انرژی مکانیکی

نوسانگر ساده داریم:

$$E = U + k = 0/04 + 0/06 = 0/1 \text{ J}$$

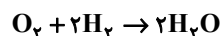
$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow 0/1 = 2 \times 10 \times 0/02 \times (0/1 \text{ m})^2 f^2$$

شیمی ۲

۴۱- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

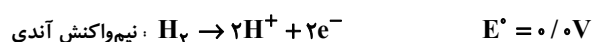
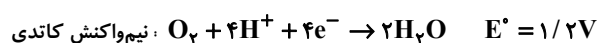
واکنش انجام شده به صورت زیر است و نشان می‌دهد که به ازای مصرف ۴ گرم هیدروژن ۳۲ گرم اکسیژن مصرف می‌شود پس جرم اکسیژن مصرفی ۸ برابر هیدروژن مصرفی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

گزینه «۲»: E° واکنش انجام شده در آند برابر صفر است.



گزینه «۳»: سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز بازدهی نزدیک به ۲۰٪ دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر (۶۰٪) افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۴۲- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

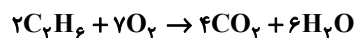
عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در سلول‌های سوختی گاز اکسیژن وارد بخش کاتدی شده و کاهش می‌یابد و سوخت استفاده شده وارد بخش آندی شده و اکسایش می‌یابد.

ب) افزایش فشار گازها موجب افزایش غلظت و در نتیجه افزایش سرعت نیم‌واکنش‌ها می‌گردد. با افزایش سرعت نیم‌واکنش‌ها سرعت تولید جریان الکتریکی بیشتر و ولتاژ سلول افزایش می‌یابد.

پ) واکنش کلی انجام شده به صورت زیر است:



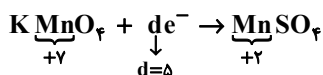
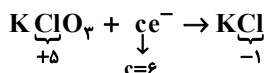
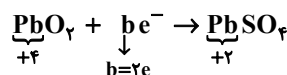
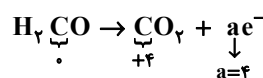
$$\frac{\text{جرم O}_2}{\text{جرم C}_2\text{H}_6} = \frac{7 \times 32}{2 \times 30} = 3/3$$

ت) در سلول‌های سوختی H^+ در غشاء مبادله‌کننده یون هیدرونیوم از قسمت آندی به قسمت کاتدی منتقل می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۴۳- گزینه «۳»

(ارژنگ شانلری)



(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۴۴- گزینه «۲»

(مسین ناصری ثانی)

موارد (آ) و (ت) درست و (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی موارد:

آ) در هر دو نوع سلول الکتروشیمیایی، نیم‌واکنش کاهش در کاتد و نیم‌واکنش اکسایش در آند انجام می‌شود.

ب) در سلول الکترولیتی همانند گالوانی جهت جریان الکترون‌ها از آند به کاتد است، اما در سلول الکترولیتی برخلاف سلول گالوانی، آند الکتروکود مثبت و کاتد الکتروکود منفی است.

پ) فلزهای سدیم و منیزیم فلزهایی فعال بوده و کاهنده‌هایی قوی به شمار می‌روند نه اکسنده.

ت) در سلول گالوانی بین دو الکترولیت دیواره متخلخل وجود دارد و الکترولیت مربوط به نیم‌سلول‌ها متفاوت است اما در سلول الکترولیتی هر دو الکتروکود درون یک الکترولیت (محلول یا مذاب) قرار می‌گیرند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶، ۵۴ و ۵۵)

۴۵- گزینه «۴»

(همید زبئی)

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ در سلول‌های الکترولیتی، دیواره متخلخل وجود ندارد.

ب) نادرست؛ گاز هیدروژن در کاتد و گاز اکسیژن در آند تولید می‌شود.



پ) درست؛

ت) نادرست؛ در قطب منفی (کاتد)، یون‌های هیدروکسید تولید می‌شود و محلول اطراف کاتد خاصیت بازی دارد، پس رنگ کاغذ pH در تماس با آن آبی رنگ می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۵)

۴۶- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ تیغه‌ای که به قطب منفی باتری متصل می‌شود تیغه کاتد است.

ب) نادرست؛ اطراف قطب مثبت سلول (آند) گاز کلر آزاد می‌شود.

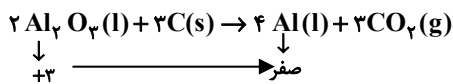
پ) درست؛ اندازه تغییرات عدد اکسایش دو گونه اکسنده و کاهنده برابر می‌باشد.

(رتوف اسلام‌روست)

۴۹- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست؛ با توجه به معادله کلی واکنش (فرایند هال) داریم:

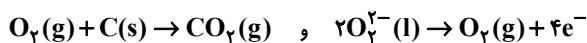
درجه کاهش $3 \times 4 \sim 12 \text{ mol e}^-$

$$\text{mol e}^- ? = 2 / 2 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{12 \text{ mol e}^-}{3 \text{ mol CO}_2}$$

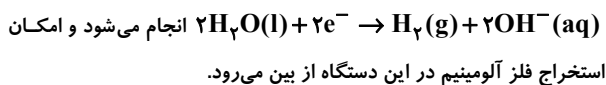
$$= 0 / 2 \text{ mol e}^-$$

گزینه «۲»: درست؛ چگالی Al مذاب تولید شده در دستگاه؛ از چگالی الکترولیت مذاب به کار رفته بیشتر است. به همین دلیل Al(l) از طریق لوله قرار گرفته در بخش پایینی دستگاه خارج می‌شود.

گزینه «۳»: درست؛ در اطراف الکترودهای استوانه‌ای شکل (دستگاه برقکافت) به ترتیب نیم‌واکنش اکسایشی و واکنش زیر انجام می‌شود:



گزینه «۴»: نادرست؛ در صورت حضور آب در دستگاه برقکافت (مربوط به فرایند هال)، نیم‌واکنش کاهشی به صورت



مولکول‌های آب در رقابت کاتدی با کاتیون‌های گروه‌های ۱ و ۲ و نیز Al^{3+} همواره برنده می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۵۰- گزینه «۲»

(ممد فائزینیا)

نخست با توجه به عدد اکسایش اتم مرکزی، تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت و شماره گروه اتم مرکزی را به دست می‌آوریم:

تعداد الکترون‌های ظرفیتی هر اتم = عدد اکسایش هر اتم

مجموع تعداد الکترون‌های شمرده شده برای هر اتم -

۱- تعداد الکترون‌های ظرفیتی = ۵+

۶ = تعداد الکترون‌های ظرفیتی $\Rightarrow$

حال عدد اکسایش اتم X کناری را به دست می‌آوریم:

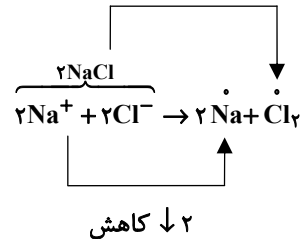
$$-1 = 6 - 7 = \text{عدد اکسایش اتم X کناری}$$

از طرفی می‌دانیم مجموع اعداد اکسایش تمام اتم‌های یک یون برابر است با

$$3 \times (-2) + (+5) + (-1) = -2 \quad \text{بار یون، لذا مقدار q برابر است با:}$$

بنابراین فرمول شیمیایی ترکیب یون $\text{X}_2\text{O}_3^{2-}$ با یون Mg^{2+} به صورت

(شیمی ۳- صفحه ۶۳)

 $\uparrow 2$ افزایش

ت) نادرست؛ در برقکافت $\text{NaCl}(\text{aq})$ یون Na^+ کاهش نمی‌یابد، چرا

که در حالت محلول، H_2O به جای یون Na^+ کاهش می‌یابد.

ث) درست

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۴۷- گزینه «۲»

(مرتضی رضائی‌زاده)

در سلول الکترولیتی آبکاری قاشق فولادی با نقره، محلول الکترولیت حاوی یون‌های فلز پوشاننده یعنی $\text{Ag}^+(\text{aq})$ است به طوری که طی فرایند آبکاری $[\text{Ag}^+]$ ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند و نیم‌واکنش اکسایش در آند و کاهش در کاتد به صورت زیر است:

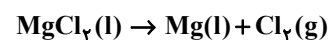
و به هیچ‌وجه یون Fe^{2+} در محلول وجود ندارد.

در آبکاری فلزات، هم اکسایش و هم کاهش مربوط به فلز پوشاننده است و تا پایان فرایند آبکاری غلظت یون پوشاننده در محلول الکترولیت ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۴۸- گزینه «۲»

(کتاب آبی جامع شیمی)



$$? \text{ LCl}_2 = 96 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{1 \text{ mol Mg}} \times \frac{22 / 4 \text{ LCl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} =$$

$$89 / 6 \text{ LCl}_2$$

(شیمی ۳- صفحه ۵۶)