

س

مجموعه آموزی سگو

آزمون شماره چهار
۱۴۰۴/۰۹/۲۸

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی آزمون آنلاین سگو ۱ پایه دوازدهم

ملاحظات	مدت زمان پاسخ‌گویی	نام استاد	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
			تا	از			
	۳۵ دقیقه	افروز	۲۰	۱	۲۰	حسابان	۱
	۴۵ دقیقه	ساریخانی	۵۰	۲۱	۳۰	هندسه و گسسته	۲

دفترچه شماره یک سوالات
ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

بودجه بندی آزمون شماره چهار ۲۸ آذر ۱۴۰۴ گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

س

مجموعه آموزشی سگو

گسسته و آمار و احتمال		هندسه		حسابان و ریاضی	
پایه	دوازدهم	پایه	دوازدهم	پایه	دوازدهم
-	فصل ۲ درس ۱ گراف صفحه های ۴۳ تا ۵۴	فصل ۳ دهم درس ۲ فصل ۴ دهم صفحه های ۶۵ تا ۹۶	فصل ۲ مقاطع مخروطی و دایره درس ۱ و ۲ صفحه های ۳۴ تا ۵۶	عبارت های جبری و گویا: فصل ۳ دهم صفحه های ۷۹ تا ۹۷	حد و پیوستگی: فصل ۳ دوازدهم صفحه های ۴۵ تا ۷۰ فصل ۵ یازدهم صفحه های ۱۱۳ تا ۱۵۱

استراتژی و هدف گذاری سکو در آزمون شماره چهار

جمع بندی نیمسال اول سال دوازدهم

✓ اتمام پروژه سال دهم

✓ حفظ تراز و آمادگی جمع بندی ترم اول



۱- اگر باقی مانده تقسیم عبارت $p(x)$ بر $x^2 + 3x + 2$ ، $2x + 1$ باشد، باقی مانده تقسیم عبارت $p(x-1) - p(x-2)$ بر x کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

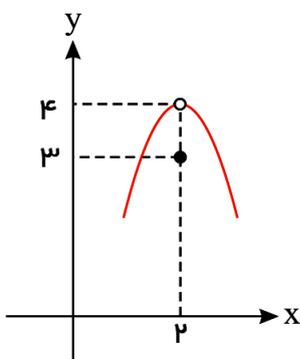
۲- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + b\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 3x + 2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ باشد، آن گاه حد تابع $g(x) = xf(x)$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳- اگر $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} + 2}{x^2 - 3x + 2} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + 2x + 5}{bx^3 + x^2 + 7}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴- نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - [\lim_{x \rightarrow 2} f(x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



است.

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره اسوالات - درس حسابان

۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x^2 - 3x + 2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{4}$

۶- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x > 2 \\ ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow 2$ دارای حد است. در این صورت:

- (۱) $b = 6 - 2a$ (۲) $b = 6 + 2a$
 (۳) $a = b - 6$ (۴) $a = b + 6$

۷- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} 6ax^2 + 1 & ; x > 2 \\ 3 & ; x = 2 \\ \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{-2x + 4} & ; x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ دارای حد است؟

- (۱) $-\frac{1}{24}$ (۲) $-\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{48}$

۸- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} + ax + b \right) = 3$ ، آن گاه $a - b$ کدام است؟

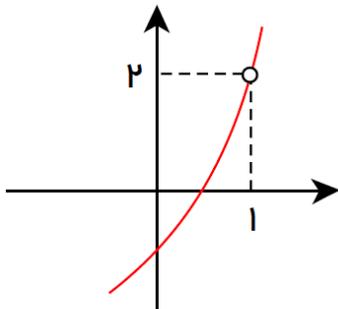
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

محل انجام محاسبات

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{ax-2}}{\sqrt[3]{3x-1}-2} = b$ ، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۰- نمودار مقابل قسمتی از تابع $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + ax + b}{x+c}$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(2)$ کدام است؟



- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۱- اگر $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x > 1 \\ x+1 & ; x = 1 \\ x^2+2 & ; x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = 3-x$ باشند، حد تابع $(f \circ g)(x)$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ ، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{9x-5}{3x-2} \right]$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۲

محل انجام محاسبات

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\tan^2 x}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۱۴- در تجزیه عبارت $(x-2)(x^2-4x+4)-1$ ، کدام عامل ضرب موجود است؟

- (۱) $x-3$ (۲) $x-2$
(۳) $x-1$ (۴) $x+3$

۱۵- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$ ، کدام است؟

- (۱) $1+2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $1+\sqrt{3}$ (۴) 1

۱۶- اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 9 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

محل انجام محاسبات

۱۷- در تجزیه عبارت $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

(۲) $x - 2$

(۱) $x - 4$

(۴) $x + 3$

(۳) $x + 2$

۱۸- اگر $\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x^2 - 1}{x}$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۴

(۲) ۲

(۱) ۶

۱۹- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x+5} & ; |x| \geq 3 \\ [x^2] & ; |x| < 3 \end{cases}$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۱۸

(۳) ۱۹

(۲) ۱۶

(۱) ۱۵

۲۰- تابع $y = (x^2 - ax + b) \left[\frac{x+4}{x+1} \right]$ در مجموعه $[0, +\infty)$ پیوسته است. $a+b$ چه عددی است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۲۱- در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماس بر آن رسم کرده ایم. این خط مماس محور y ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

- (۱) $(0, 2)$ (۲) $(0, 3)$
 (۳) $(0, 4)$ (۴) $(0, -2)$

۲۲- دایره گذرا بر نقطه $(1, 1)$ بر دو خط $y = x - 2$ و $y = x + 2$ مماس است. مرکز دایره کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(0, 0)$ (۲) $(1, 2)$
 (۳) $(-1, -1)$ (۴) $(0, 1)$

۲۳- به ازای کدام مقدار a ، دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$ مماس خارج یکدیگرند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶
 (۳) ۷ (۴) ۸

۲۴- شعاع دایره گذرنده از نقاط $A(2, 1)$ و $B(0, 3)$ که خط $x - 2y + 1 = 0$ قطری از دایره باشد، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{10}$
 (۳) ۴ (۴) $3\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات

۲۵- شعاع دایره‌ای که مرکز آن $O(-1,1)$ و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ مماس داخل است کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

۲۶- کوتاه‌ترین فاصله نقطه $A(4,3)$ از دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 7$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۷- شعاع دایره‌ای که از نقطه $A(5,2)$ گذشته و معادله قطره‌های آن به صورت $x - my + 7(m+1) = 0$ باشد، چند است؟

- (۱) ۷
(۲) ۱۰
(۳) ۱۳
(۴) ۱۴

۲۸- طول شعاع دایره‌ای که از سه نقطه $A(-1,0)$ ، $B(3,0)$ و $C(0,-3)$ می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{5}$
(۴) ۳

محل انجام محاسبات

۲۹- طول پاره خطی که دایره $x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8$ از خط $5x + 12y = 14$ جدا می کند، کدام است؟

۹ (۲) ۱۰ (۱)

۷ (۴) ۸ (۳)

۳۰- دایره گذرا بر نقطه $(1, -2)$ ، بر هر دو محور مختصات مماس است. شعاع آن کدام است؟

۱ و ۵ (۲) ۱ و ۴ (۱)

۲ و ۵ (۴) ۲ و ۴ (۳)

۳۱- اگر از نقطه $M(-1, 2)$ بتوان دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 4x - my - 8 = 0$ رسم کرد، حدود m کدام است؟

$m > 1$ (۲) $m > \frac{1}{2}$ (۱)

$m < \frac{1}{2}$ (۴) $m < 1$ (۳)

۳۲- خط d ، صفحه P و نقطه A در خارج از آن مفروض اند. در رسم خطی گذرا از نقطه A ، موازی صفحه P و متقاطع

با خط d ، در کدام وضعیت خط و صفحه مفروض تنها یک جواب دارد؟

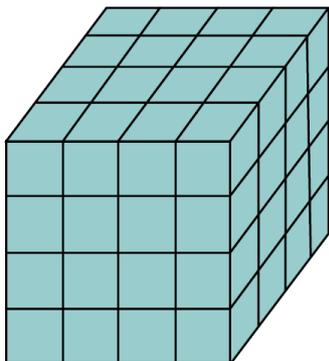
۲) منطبق ۱) الزاماً عمود

۴) متقاطع ۳) موازی

محل انجام محاسبات

۳۳- تمام وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ شکل زیر، رنگ آمیزی شده است. چند مکعب به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ وجود

دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است؟



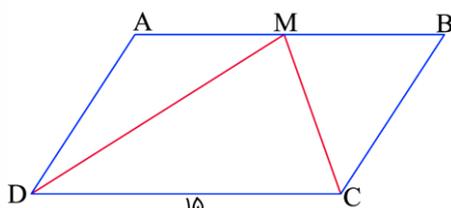
۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۲۴ (۴)

۳۴- در شکل زیر اگر $MC = 9$ و $MD = 12$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع چقدر است؟



۵۴ (۱)

۴۸ (۲)

۱۰۸ (۳)

۹۶ (۴)

۳۵- در مثلثی به طول ضلع‌های ۱۳، ۱۳ و ۱۰، فاصله نقطه برخورد میان‌های مثلث از وسط ضلع کوچک‌تر کدام

است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{10}{3}$ (۱)

۳۶- در یک گراف ۳-منتظم بین مرتبه (p) و اندازه (q) رابطه $3q = 4(p+1)$ برقرار است. حاصل $p+q$ کدام

می‌باشد؟

۲۲ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۷- در گراف G از مرتبه ۹ می دانیم $\Delta(\overline{G}) = 5$ است. حداکثر اندازه G کدام است؟

- (۱) ۳۱
(۲) ۳۰
(۳) ۲۹
(۴) ۲۸

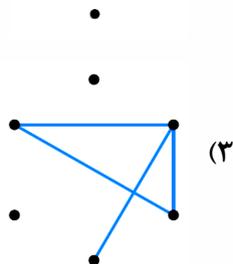
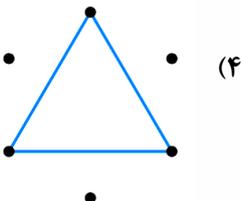
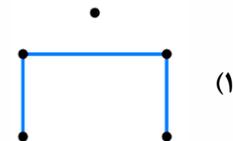
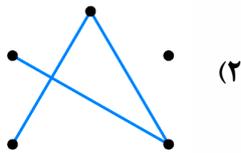
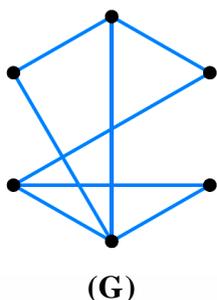
۳۸- در گرافی با ۹ رأس و ۳۱ یال، بیشترین مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

۳۹- مرتبه گراف G برابر ۱۰ و اندازه آن برابر ۴۳ می باشد. این گراف حداکثر چند رأس با درجه ماکزیمم دارد؟

- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۵

۴۰- گراف G به شکل زیر است. کدام یک از گراف های زیر، یک زیرگراف از \overline{G} نیست؟



محل انجام محاسبات

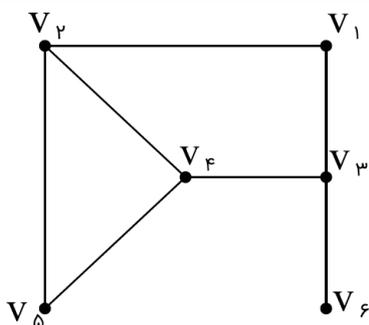
۴۱- درجه رأس a در گراف G برابر ۸ و در گراف \bar{G} برابر ۵ است. گراف G حداکثر دارای چند یال است؟

- ۸۶ (۱)
۹۱ (۲)
۴۳ (۳)
۴۵ (۴)

۴۲- به ازای کدام مقدار n ، اندازه گراف P_n ، دوازده واحد از گراف K کمتر است؟

- ۳ (۱)
۴ (۲)
۵ (۳)
۶ (۴)

۴۳- در گراف زیر چند مسیر از رأس v_1 به v_6 وجود دارد؟



- ۳ (۱)
۴ (۲)
۵ (۳)
۶ (۴)

۴۴- اگر درجه دو رأس از یک گراف ساده همبند و فاقد دور با مرتبه ۸، برابر ۳ و ۵ باشد، تعداد رئوس با درجه

۲ از گراف موردنظر، کدام است؟

- صفر (۱)
۱ (۲)
۲ (۳)
۳ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۵- دنباله درجات رئوس یک گراف به صورت ۱، ۲، ۳، ۳، ۴ و ۴ است. اگر رأس درجه ۴ و رأس درجه ۲ مجاور

نباشند، این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۴۶- در یک گراف کامل، حاصل ضرب اندازه و مرتبه آن ۵۰ است. در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۱۰ (۱) ۱۲ (۲)

۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۴۷- در گراف G ، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر $p(G) = 6$ باشد، مقدار $q(G)$ چقدر

است؟

۹ (۱) ۱۵ (۲)

۱۲ (۳) ۱۰ (۴)

۴۸- فرض کنید G گرافی از مرتبه ۸ باشد و G رأس از درجه ۳ داشته باشد. حداکثر اندازه G برابر کدام است؟

۱۲ (۱) ۲۰ (۲)

۲۴ (۳) ۲۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۹- در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل K - منتظم، K چند عدد می تواند اختیار کند؟

- | | |
|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) |

۵۰- در گراف از مرتبه ۱۱ و اندازه ۳۰، حداکثر چند رأس ایزوله می توانیم داشته باشیم؟

- | | |
|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) |

محل انجام محاسبات

س

مجموعه آمویشی سکو

آزمون شماره چهار
۱۴۰۴/۰۹/۲۸

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون آنلاین سکو ۱ پایه دوازدهم

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	نام استاد	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
			تا	از			
	۴۰ دقیقه	مرادخواه	۸۰	۵۱	۳۰	فیزیک	۱
	۳۰ دقیقه	ملک شاهی	۱۰۰	۸۱	۲۰	شیمی	۲

دفترچه شماره دو سوالات
ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

بودجه بندی آزمون شماره چهار ۲۸ آذر ۱۴۰۴ گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

س

مجموعه آموزشی سگو

شیمی			فیزیک		
یازدهم	دهم	دوازدهم	یازدهم	دهم	دوازدهم
—	شیمی ۱: آب، آهنک، زندگی صفحه های ۹۸ تا ۱۲۲	فصل ۲ شیمی ۳ صفحه های ۴۴ تا ۶۶ پایه های مرتبط: شیمی ۲ صفحه های ۲۲ تا ۲۵	—	فیزیک ۱: فصل ۴ از گرما تا آخر صفحه های ۹۶ تا ۱۲۶ فصل ۵ ترمودینامیک کامل صفحه های ۱۲۷ تا ۱۴۹	فصل ۲ کل دینامیک صفحه های ۲۹ تا ۶۰ + فصل ۳ نوسان صفحه های ۶۱ تا ۶۸

استراتژی و هدف گذاری سگو در آزمون شماره چهار

جمع بندی نیمسال اول سال دوازدهم

اتمام پروژه سال دهم ✓

حفظ تراز و آمادگی جمع بندی ترم اول ✓



۵۱- چتربازی به جرم 70kg پس از یک پرش آزاد چترش را باز می کند و بلافاصله بعد از باز کردن چتر، شتاب

$$8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ روبه بالا می گیرد. نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- (۱) ابتدا برابر با 700N است و به تدریج کاهش می یابد.
- (۲) ابتدا برابر با 1260N است و به تدریج کاهش می یابد.
- (۳) ابتدا برابر با 560N است و به تدریج افزایش می یابد.
- (۴) ابتدا برابر با 1260N است و به تدریج افزایش می یابد.

۵۲- جسمی به جرم m کف آسانسوری قرار دارد. زمانی که آسانسور با شتاب $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و به صورت کندشونده رو به

بالا حرکت می کند، نیروی وارد در طرف جسم به کف آسانسور برابر با N است. اگر آسانسور با سرعت ثابت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

روبه پایین حرکت می کند، نیروی وارد از طرف جسم به کف آسانسور N' است. N چند برابر N' است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

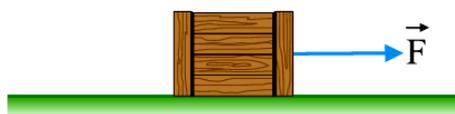
$$1 \quad (1) \quad \frac{3}{7} \quad (2) \quad \frac{7}{5} \quad (3) \quad \frac{3}{5} \quad (4)$$

۵۳- صندوقی به جرم m کیلوگرم روی سطح افقی با نیروی افقی \vec{F} مطابق شکل زیر کشیده می شود. در این حالت

صندوق با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت می کند. اگر 5kg از محتویات صندوق کم کنیم و با همان نیروی \vec{F} صندوق را

بکشیم، شتاب صندوق $8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ می شود. m کدام است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ و ضریب اصطکاک جنبشی سطح و جسم 0.4

(است)

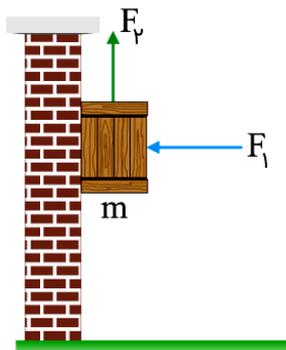


$$20 \quad (1) \quad 15 \quad (2)$$

$$10 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

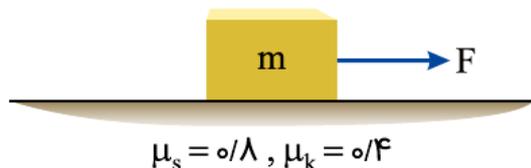
۵۴- در شکل زیر نیروی $F_1 = 200\text{N}$ عمود بر سطح تماس و نیروی F_2 مماس بر سطح به جسم 3kg که ضریب اصطکاکش با سطح قائم $\mu_s = 0.8$ است، اثر می‌کند. F_2 حداکثر چند نیوتون باشد تا وزنه m روی سطح ساکن



بماند؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۲۶۰ (۱)
- ۱۴۰ (۲)
- ۱۶۰ (۳)
- ۴۶۰ (۴)

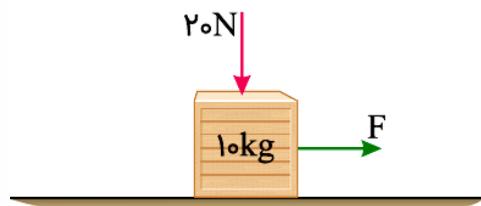
۵۵- در شکل زیر به جسم ساکن 5kg نیروی افقی $F = 50\text{N}$ به مدت ۵ ثانیه اعمال شده و سپس این نیرو قطع می‌شود. از لحظه قطع نیرو چند ثانیه طول می‌کشد تا جسم روی سطح افقی متوقف شود؟



$(\mu_k = 0.4, \mu_s = 0.8, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- ۶ (۱)
- ۷/۵ (۲)
- ۱۳/۵ (۳)
- ۲/۵ (۴)

۵۶- جسمی به جرم 10kg مطابق شکل، یک نیروی عمودی برابر 20 نیوتون وارد می‌شود و جسم تحت اثر نیروی افقی F با سرعت ثابت بر یک سطح افقی در حرکت است. اگر ضریب اصطکاک لغزشی بین سطوح 0.3 باشد، نیروی



F برابر است با:

- ۱۲۰N (۱)
- ۱۰۰N (۲)
- ۳۰N (۳)
- ۳۶N (۴)

محل انجام محاسبات

۵۷- جعبه‌ای به جرم ۲kg به فنری با ثابت $۲۰ \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ که از سقف آسانسور آویزان است، متصل شده است. هنگامی که

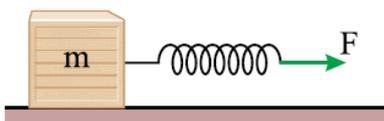
آسانسور ساکن است، طول فنر ۳۰cm است. اگر آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت به بزرگی $۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به سمت

پایین شروع به حرکت کند، طول فنر در این حالت به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ $(g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- ۲۸/۲ (۱) ۲۹/۲ (۲) ۲۹/۸ (۳) ۳۰/۸ (۴)

۵۸- مطابق شکل به وسیله فنری با جرم ناچیز، وزنه‌ای به جرم ۲kg را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = ۰/۲$ می‌کشیم. اگر افزایش طول فنر نسبت به طول طبیعی ۵ سانتی‌متر باشد، شتاب حرکت وزنه در SI، a

است و اگر افزایش طول فنر نسبت به طول طبیعی ۷ سانتی‌متر باشد، شتاب حرکت وزنه در SI برابر با $a + ۲$ است.

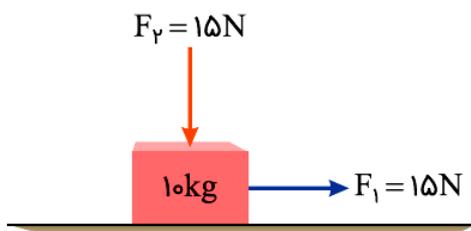


بزرگی a چند $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است؟ $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۱/۵ (۱) ۳ (۲) ۴/۵ (۳) ۶ (۴)

۵۹- در شکل زیر، دو نیروی افقی و قائم به جسم وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند و نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند با R نشان داده می‌شود. در صورتی که نیروی F_2 را خلاف جهت نشان داده شده در شکل زیر، به جسم وارد کنیم، نیرویی که سطح در این حالت به جسم وارد می‌کند با R' نشان

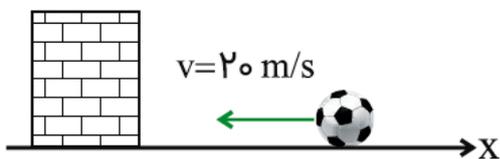
داده می‌شود. نسبت $\frac{R}{R'}$ کدام است، بیابید؟ $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- ۱۷/۲۳ (۱) ۵/۲۳ (۲) ۲۳/۱۷ (۳) ۲۳/۵ (۴)

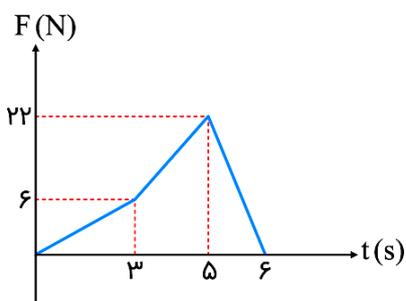
محل انجام محاسبات

۶۰- توپیی به جرم ۴۰۰ گرم در راستای افقی مطابق شکل با تندی $20 \frac{m}{s}$ به دیواری برخورد می کند و با تندی $8 \frac{m}{s}$ در همان راستای افقی برمی گردد. اگر مدت زمان تماس توپ با دیوار 0.2 ثانیه باشد، نیروی متوسطی که دیوار به توپ وارد می کند، در SI کدام است؟ (از نیروی گرانش صرف نظر شود)



- (۱) $+56\vec{i}$
- (۲) $-56\vec{i}$
- (۳) $+24\vec{i}$
- (۴) $-24\vec{i}$

۶۱- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم 2kg بر حسب زمان به صورت شکل زیر است. بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۶ ثانیه نخست چند نیوتن است؟



- (۱) ۱۰
- (۲) ۹
- (۳) ۸
- (۴) ۷

۶۲- اتومبیلی با تندی ثابت روی محیط دایره‌ای به شعاع 80m می چرخد. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک در مدتی که نصف محیط دایره را طی می کند برابر $16 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب مرکزگرای اتومبیل چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) $3/2$
- (۲) $6/4$
- (۳) $7/2$
- (۴) $14/4$

محل انجام محاسبات

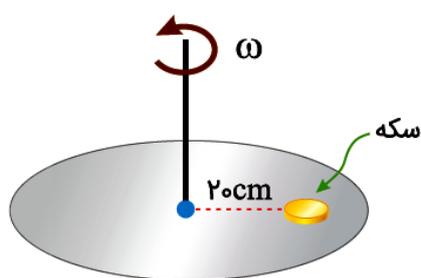
۶۳- حداکثر سرعت مجاز برای دور زدن میدانی $\frac{m}{s}$ ۲ است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح

جاده ۰/۵ باشد، شعاع میدان چند سانتی متر است؟ $(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۲۰ (۴) ۸۰

۶۴- صفحه دواری با 300 r.p.m در حال چرخیدن حول محور نشان داده در شکل است. اگر سکه‌ای را در فاصله 20 cm از محور روی این صفحه قرار دهیم، سکه همراه صفحه می‌چرخد. در این حالت بزرگی نیروی اصطکاک وارد

بر سکه چند برابر وزن سکه است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



- (۱) π
 (۲) π^2
 (۳) 2π
 (۴) $2\pi^2$

۶۵- ماهواره‌های A و B در حال چرخش به دور زمین هم‌جهت با چرخش زمین در مدارهای دایره‌ای هستند. ماهواره A در هر شبانه‌روز دقیقاً ۲ بار بالای یک نقطه مشخص و ماهواره B در هر شبانه‌روز دقیقاً ۳ بار بالای آن نقطه قرار می‌گیرند. تندی مدار ماهواره A چند برابر تندی مدار ماهواره B است؟

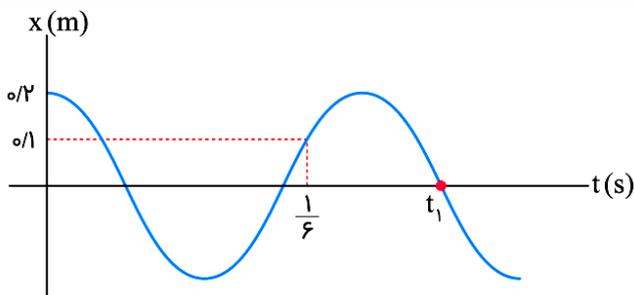
- (۱) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ (۲) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (۳) $\sqrt{\frac{16}{9}}$ (۴) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

محل انجام محاسبات

۶۶- نوسان‌گری روی محور X حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و مبدأ مختصات، نقطه تعادل است. اگر دامنه حرکت نوسان‌گر ۶cm و بسامد حرکتش ۰/۲Hz باشد، بزرگی سرعت متوسط نوسان‌گر در کم‌ترین بازه زمانی که از مکان $3\sqrt{2}\text{cm}$ در جهت محور X عبور می‌کند و سپس به مکان $-3\sqrt{2}\text{cm}$ می‌رسد، چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟

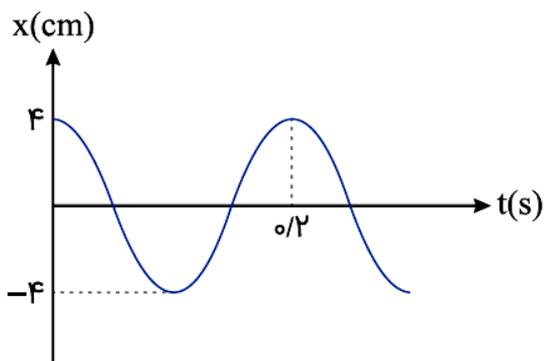
- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ (۴) $12\sqrt{2}$

۶۷- نمودار مکان - زمان نوسان‌گر ساده‌ای مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در بازه زمانی بین صفر تا t_1 چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۴

۶۸- نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به صورت زیر است. بزرگی سرعت متوسط نوسان‌گر در کم‌ترین بازه زمانی که از مکان A در جهت محور X عبور می‌کند و به مکان $-\frac{1}{4}\text{A}$ می‌رسد چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟



- (۱) ۹۰ (۲) ۳۰ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

۷۳- قطعه‌ای فلزی به جرم $0/6 \text{ kg}$ را تا 100°C گرم کرده و سپس آن را درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی

$204 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ که حاوی $0/5 \text{ kg}$ آب با دمای 15°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه 20°C شود، گرمای ویژه

فلز چند واحد SI است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$ و تبادل گرمای مجموعه با محیط ناچیز است.

۲۴۰ (۱) ۲۵۶ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۴۲/۵ (۴)

۷۴- حداقل چند گرم آب 20°C را با 100 گرم یخ 40°C مخلوط کنیم تا دمای تعادل 32°F شود؟

($L_F = 80c_{\text{آب}} = 160c_{\text{یخ}}$)

۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۴۱۰ (۳) ۴۲۰ (۴)

۷۵- در یک مخزن مقداری گاز آرمانی (کامل) با فشار 200 کیلوپاسکال و دمای 227°C وجود دارد. با خروج $0/8$

مول گاز از مخزن، فشار گاز 50 کیلوپاسکال و دمای آن 50°C کاهش می‌یابد. مقدار گاز باقی‌مانده در مخزن چند

مول است؟

۱/۲ (۱) ۲/۴ (۲) ۴ (۳) ۴/۸ (۴)

۷۶- درون استوانه‌ای 12 L گاز آرمانی با دمای 7°C وجود دارد. فشارسنج، فشار گاز درون استوانه را 14 atm

نشان می‌دهد. دمای گاز را به 77°C و حجم استوانه را به 25 L می‌رسانیم. در این حالت، فشارسنج چند اتمسفر

را نشان می‌دهد؟ (فشار هوای بیرون استوانه 1 atm است)

۸ (۱) ۹ (۲) ۸/۴ (۳) ۷/۴ (۴)

محل انجام محاسبات



دفترچه شماره ۲ سوالات - درس فیزیک

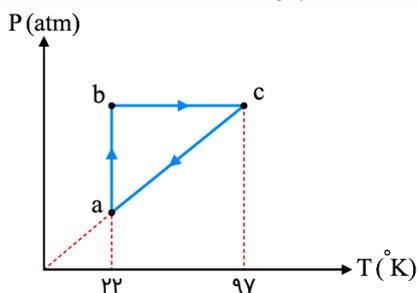
مجموعه آموزشی گدو

۷۷- ابتدا طی فرآیند یک هم فشار تراکمی حجم مقدار معینی گاز دو اتمی را از V_1 به V_2 می‌رسانیم. سپس طی یک فرآیند هم‌دما مجدداً حجم گاز را از V_2 به V_1 می‌رسانیم. چه تعداد از نامعادله‌های زیر در مورد این فرآیندها درست است؟

- (الف) هم فشار $\Delta U > \Delta U_{\text{هم دما}}$
 (ب) $|W_{\text{هم فشار}}| < |W_{\text{هم دما}}|$
 (پ) $|Q_{\text{هم فشار}}| > |Q_{\text{هم دما}}|$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

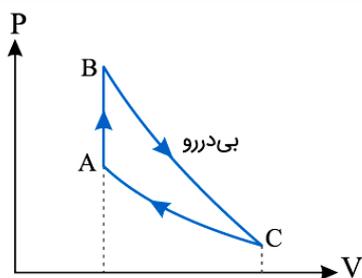
۷۸- چرخه زیر، مربوط به $\frac{1}{2}$ مول گاز کامل تک‌اتمی است. اگر در فرآیند ab، گاز ۲۰ ژول گرما مبادله کند، کار

انجام شده در طی چرخه ژول و در نمودار (P-V) به صورت است. $(R = 8 \frac{J}{mol.K})$



- (۱) ۱۴۰، ساعت‌گرد
 (۲) ۱۰۰، ساعت‌گرد
 (۳) ۱۴۰، پادساعت‌گرد
 (۴) ۱۰۰، پادساعت‌گرد

۷۹- مقدار معینی گاز آرمانی، چرخه‌ای مطابق شکل را طی می‌کند. اگر طی فرآیند هم‌دما $500J$ و طی فرآیند هم‌حجم $700J$ گرما بین گاز و محیط مبادله شود، کار انجام شده توسط محیط روی گاز در این چرخه چند ژول

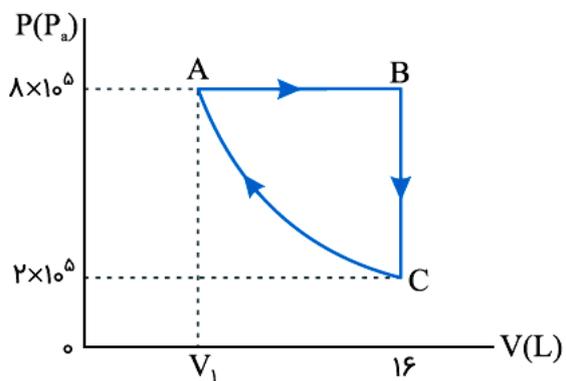


- است؟
 (۱) ۲۰۰
 (۲) -۲۰۰
 (۳) ۱۲۰۰
 (۴) -۱۲۰۰

محل انجام محاسبات

۸۰- مقداری گاز اکسیژن، چرخه ABCA را طی کرده است و فرآیند CA همدم است. این گاز در مسیر ABC،

چند ژول گرما دریافت کرده است؟ $(R = 8 \frac{J}{mol.K})$



(۱) ۵۷۶۰۰

(۲) ۳۳۶۰۰

(۳) ۲۴۰۰۰

(۴) ۹۶۰۰

محل انجام محاسبات

۸۱- با توجه به پتانسیل‌های کاهش‌ی استاندارد داده شده، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$$E^{\circ}(\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = -0.44\text{V} , \quad E^{\circ}(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = 0.34\text{V} , \quad E^{\circ}(\text{Ag}^{+} / \text{Ag}) = 0.8\text{V}$$

الف) در سلول گالوانی تشکیل شده از نیم‌سلول‌های مس و نقره، آنیون‌ها به سمت نیم‌سلول نقره حرکت می‌کنند.

ب) قوی‌ترین اکسنده، Ag^{+} و قوی‌ترین کاهشنده، Fe است.

پ) پتانسیل سلول گالوانی استاندارد "آهن - مس" کمتر از دو برابر پتانسیل ایجادشده در سلول گالوانی «مس - نقره» است.

ت) فلز نقره نسبت به فلز مس تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون دارد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

۸۲- با توجه به E° سلول‌های زیر، E° سلول نیکل - منیزیم چند ولت است؟

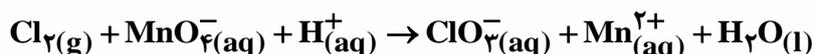
سلول	منیزیم - روی	روی - نقره	نیکل - نقره	منیزیم - نیکل
$E^{\circ}(\text{V})$	۱/۶۲	۱/۵۶	۱/۰۵	؟

۱) ۲/۳۲ ۲) ۱/۲۸

۳) ۲/۱۳ ۴) ۱/۸۴

۸۳- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است و اگر ۰/۴ مول گونه

اکسنده در واکنش مصرف شود، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟

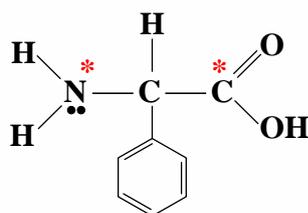


۱) ۱، ۱۳ ۲) ۱، ۱۱

۳) ۲، ۱۳ ۴) ۲، ۱۱

محل انجام محاسبات

۸۴- اختلاف مقدار عدد اکسایش اتم‌های ستاره‌دار در ترکیب زیر، چند برابر مجموع عدد اکسایش اتم‌های گوگرد



در SF_6 و $S_2O_7^{2-}$ است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{5}{6}$

۸۵- با توجه به عبارتهای داده‌شده، ترتیب قدرت کاهندگی فلزهای A، B، C و D در کدام گزینه به درستی آورده شده است؟

الف) ظرفی از جنس فلز A توانایی نگهداری محلول‌های حاوی یون‌های دیگر را دارد.
ب) در شرایط مشابه، میان واکنش‌هایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شود، کمترین تغییر دمای محلول، ناشی از انجام واکنش $C_{(aq)}^{2+} + D(s) \rightarrow D_{(aq)}^{2+} + C(s)$ است.

پ) تمایل فلز B به اکسایش یافتن بیشتر از سایر گونه‌ها است.

- (۱) $A > B > C > D$
- (۲) $B > D > C > A$
- (۳) $D > C > B > A$
- (۴) $A > C > D > B$

۸۶- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در برقکافت آب، در اطراف تیغه با بار منفی، محیط اسیدی بوده و گاز اکسیژن تولید می‌شود.
(۲) در فرایند خوردگی آهن، E° نیم‌واکنش کاتدی در محیط اسیدی، نسبت به E° محیط خنثی کمتر است.
(۳) در اثر ایجاد خراش در سطح حلبی یا آهن سفید، با انجام فرایند خوردگی، گاز اکسیژن کاهش می‌یابد.
(۴) در فرایند آبکاری، فلز پوشاننده به قطب مثبت سلول متصل می‌شود و با انتقال الکترون به قطعه مورد آبکاری، سبب کاهش یافتن آن می‌شود.

محل انجام محاسبات

۸۷- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد انواع سلولهای سوختی درست است؟

- گاز ورودی به کاتد در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن را می توان از انجام واکنش در سلول "نور - الکتروشیمیایی" تهیه کرد.
- اگر x گرم گاز وارد آند و $2x$ گرم گاز وارد کاتد سلول سوختی "هیدروژن - اکسیژن" شود و بازدهی واکنش ۱۰۰ درصد باشد، $\frac{9x}{4}$ گرم گاز از قطب مثبت دستگاه خارج می شود.
- در صورت مصرف جرمهای برابر از ماده کاهنده، شمار الکترونهای مبادله شده در سلول سوختی "متان - اکسیژن" از سلول سوختی "هیدروژن - اکسیژن" کمتر است.
- در سلول سوختی با گذشت زمان و کار کردن دستگاه، از جرم الکتروود آند کاسته شده و بر جرم الکتروود کاتد افزوده می شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

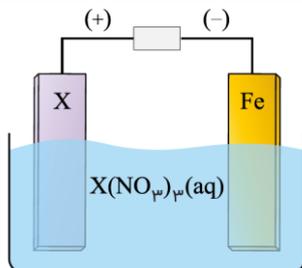
۱ (صفر)

محل انجام محاسبات

۸۸- با توجه به سلول الکتروشیمیایی داده شده، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) شکل نشان داده شده، مربوط به یک سلول الکترولیتی است که هدف آن، آبکاری یک قطعه آهنی با روکش از فلز X است.



(۲) نیمواکنش آندی، شامل اکسایش مولکول های آب و نیمواکنش کاتدی، شامل کاهش یون های $X^{3+}_{(aq)}$ است.

(۳) با گذشت زمان، pH محلول افزایش می یابد.

(۴) با گذشت زمان، غلظت الکترولیت X^{3+} کاهش می یابد و سبب کاهش کیفیت آبکاری می شود.

۸۹- اگر برای تأمین الکترون موردنیاز در فرآیند هال، از یک سلول سوختی "متان - اکسیژن" استفاده شود، به ازای اکسایش هر گرم گاز متان، چند گرم آلومینیوم مذاب به دست می آید؟ (به شرط آن که بازده درصدی سلول

سوختی، برابر ۸۰ و بازده درصدی فرآیند هال، برابر ۷۵ باشد.) ($H = 1, C = 12, Al = 27 : g \cdot mol^{-1}$)

۳/۶ (۴)

۲/۷ (۳)

۱/۸ (۲)

۰/۹ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۰- اگر در یک ورقه حلبی خراشیده شده که در معرض هوا و رطوبت قرار گرفته است، $3/84 \times 10^5$ کولن بار الکتریکی میان فلز و گاز اکسیژن مبادله شود، به تقریب چند گرم رسوب براساس معادله کلی واکنش تشکیل می شود؟ (بار الکتریکی هر الکترون، برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است.)

($H = 1, O = 16, Fe = 56, Sn = 119 : g.mol^{-1}$)

۱۴۲/۲ (۴)

۱۱۲/۶ (۳)

۹۰/۶ (۲)

۷۷/۶ (۱)

۹۱- باتوجه به اطلاعات زیر که رفتار چهار فلز A، X، D و Z را در آزمایش های مختلف نشان می دهد، کدام مورد درباره مقایسه قدرت کاهندگی آنها در مقایسه با Cu درست است؟

- قدرت اکسندگی X^{2+} ، از قدرت اکسندگی Z^{2+} ، بیشتر است.
- تنها سه فلز Z، D و X با محلول $CuCl_2(aq)$ ، واکنش می دهند.
- با قرار دادن تیغه ای از فلز D در محلول های جداگانه دارای یون های Z^{2+} ، A^{2+} و X^{2+} ، فقط فلزهای A و X، رسوب می کنند.

Z > X > Cu > A > D (۲)

X > D > Cu > Z > A (۱)

Z > D > X > Cu > A (۴)

X > Z > D > Cu > A (۳)

۹۲- درصد جرمی نمک فرضی A در محلولی از آن در دمای $90^{\circ}C$ ، برابر $37/5\%$ و معادله انحلال پذیری آن به صورت $S = \frac{1}{3}\theta + 25$ است. این محلول در دمای $90^{\circ}C$ ، بوده و 240 گرم از این محلول، با، به صورت سیرشده درمی آید.

(۱) سیرنشده - افزودن $7/5$ گرم از نمک A

(۲) سیرنشده - افزودن 15 گرم نمک A

(۳) فراسیرشده - رسوب کردن $7/5$ گرم از نمک A

(۴) فراسیرشده - رسوب کردن 15 گرم از نمک A

محل انجام محاسبات

۹۳- شمار یون‌های موجود در ۲۰۰ گرم محلول ۴۷/۵ درصد جرمی منیزیم کلرید، با شمار یون‌های موجود در چند گرم محلول ۸۲ درصد جرمی سدیم فسفات، برابر است؟

($\text{Cl} = ۳۵ / ۵, \text{P} = ۳۱, \text{Mg} = ۲۴, \text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$)

۱۵۰ (۴) ۱۰۰ (۳) ۷۵ (۲) ۵۰ (۱)

۹۴- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) در طبیعت، هیچ ماده‌ای را نمی‌توان به هر سه حالت جامد، مایع و گاز پیدا کرد.

(ب) مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای اول گروه‌های ۱۴ تا ۱۷، به صورت $\text{H}_2\text{O} > \text{HF} > \text{NH}_3 > \text{CH}_4$ است.

(پ) اگر ترکیبی در دمای اتاق به حالت مایع باشد، قطعاً جزء مواد مولکولی است.

(ت) میان هر دو ماده مولکولی، آن‌که از پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های خود برخوردار است، به یقین نقطه جوش بالاتری دارد.

یک (۴) دو (۳) سه (۲) چهار (۱)

۹۵- در ۲۸ گرم محلول ۲۰۰ ppm پتاسیم هیدروکسید، چند مول هیدروکسید وجود دارد؟

($\text{K} = ۳۹, \text{O} = ۱۶, \text{H} = ۱ : \text{g.mol}^{-1}$)

۵×۱۰^{-۵} (۲) ۵×۱۰^{-۴} (۱)

$۱۰^{-۵}$ (۴) $۱۰^{-۴}$ (۳)

محل انجام محاسبات

۹۶- با توجه به نام گونه‌های زیر، چه تعداد از موارد بیان شده در جدول زیر، نادرست هستند؟

ردیف	نام	فرمول	ساختار لوویس	قطبی یا ناقطبی	بار جزئی اتم مرکزی
I	نیتريت	NO_2^-	$\left[\begin{array}{c} \ddot{\text{O}}=\text{N}=\ddot{\text{O}} \\ \\ \text{O}^- \end{array} \right]^-$	ناقطبی	+δ
II	کربونیل سولفید	CSO	$\begin{array}{c} \ddot{\text{C}}=\text{S}=\ddot{\text{O}} \\ \vdots \\ \ddot{\text{C}} \end{array}$	قطبی	+δ
III	دی نیتروژن مونوکسید	N_2O	$\begin{array}{c} \ddot{\text{N}}-\ddot{\text{N}}=\ddot{\text{O}} \\ \vdots \\ \ddot{\text{N}} \end{array}$	قطبی	-δ
IV	فرمات	HCOO^-	$\left[\begin{array}{c} \text{:O:} \\ \\ \text{C}-\ddot{\text{O}}-\text{H} \\ \\ \text{O}^- \end{array} \right]^-$	ناقطبی	+δ

۹ مورد (۴)

۷ مورد (۳)

۶ مورد (۲)

۸ مورد (۱)

۹۷- چند مورد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف) انحلال پذیری: $\text{MgSO}_4 > \text{CaSO}_4 > \text{BaSO}_4$

ب) نقطه جوش: $\text{H}_2\text{S} > \text{HCl} > \text{PH}_3$

پ) گشتاور دو قطبی: $\text{H}_2\text{O} > \text{NO}_2 > \text{CS}_2$

۳ (۴)

۲ (۳)

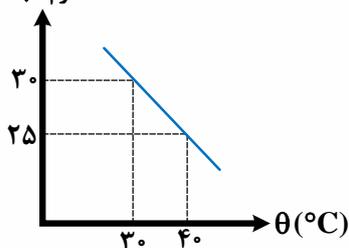
۱ (۲)

صفر (۱)

۹۸- نمودار انحلال پذیری نمکی، به صورت زیر است. اگر ۵۶ گرم محلول سیرشده این نمک را از دمای 40°C تا

10°C سرد کنیم، چند گرم دیگر از این نمک می‌توان به محلول افزود تا محلولی سیرشده در دمای 10°C به دست

آید؟
S (گرم حل شونده / ۱۰۰ گرم آب)



آید؟

۲۸ (۱)

۶ (۲)

۹ (۳)

۱۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۹۹- کدام گزینه در رابطه با فرآیند اسمز درست است؟

- (۱) در این فرآیند برخی نمک‌ها و حتی ویتامین‌ها، از بافت میوه به آب راه می‌یابند.
- (۲) از نظر نوع مواد تصفیه‌شده نسبت به روش تقطیر برتری دارد.
- (۳) یک فرایند غیر خودبه‌خودی است.
- (۴) چروکیده شدن خیار در آب شور نمونه‌ای از فرآیند اسمز معکوس است.

۱۰۰- در چند مورد از مخلوط‌های زیر حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر مخلوط یکسان و یکنواخت است؟

الف) هگزان در اتانول

ب) روغن زیتون در بنزین

پ) مخلوط آب و $(C_{17}H_{35}COO)_2Mg$ و $C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3Na$

ت) باریم سولفات در آب

ث) مخلوط آب و روغن و صابون مایع

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

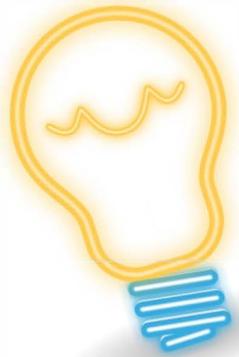
محل انجام محاسبات

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور



join us ...

س

مجموعه آموزشی سگو

آزمون شماره چهار

۱۴۰۴/۰۹/۲۸

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون آنلاین سگو | پایه دوازدهم

نام طراح	نام درس	اختصاصی
افروز	حسابان	
ساریخانی	هندسه و گسسته و آمار	
مرادخواه	فیزیک	
ملک شاهی	شیمی	

سیاوش پازوکی	مدیر گروه
گلناز طهرانی	مسئول دفترچه
گروه ماهلین	تایپ و صفحه آرایی
صادق فرهمند	مسئول فنی برگزاری آنلاین

دفترچه پاسخنامه

ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

کریه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



با نوشتن رابطه تقسیم داریم:

$$p(x) = (x^2 + 3x + 2)q(x) + 2x + 1 = (x+1)(x+2)q(x) + 2x + 1$$

حال برای یافتن باقی مانده تقسیم $p(x-1) - p(x-2)$ بر x داریم:

$$x=0 \Rightarrow \text{باقی مانده} = p(0-1) - p(0-2) = p(-1) - p(-2)$$

$$(1) \Rightarrow p(-1) = 0 + 2(-1) + 1 = -1, \quad p(-2) = 0 + 2(-2) + 1 = -3$$

$$\text{باقی مانده} = p(-1) - p(-2) = -1 - (-3) = 2$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a + 2b}{0} \quad \text{چون جواب حد عدد شده است؛ بنابراین} \rightarrow a + 2b = 0 \Rightarrow a = -b$$

این کسر حتماً ۰ بوده است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 3}}}{2x - 3} = \frac{a + \frac{b}{2}}{-1} = -a - \frac{b}{2} = 2b - \frac{b}{2} = \frac{3}{2}b = \frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{4}{3}, a = -\frac{4}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} xf(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + bx\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 3x + 2} \xrightarrow{\text{توان بیشتر}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + bx|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 - bx^2}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-b)x^2}{x^2} = a - b = -\frac{4}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} + 2}{x^2 + 2ax + b} = +\infty$$

حد صورت برابر ۳ است و چون حاصل حد $+\infty$ می باشد، پس باید $x = -3$ ریشه مضاعف مخرج باشد

و باتوجه به این که ضریب x^2 در مخرج برابر یک است، یعنی مخرج همان عبارت $(x+3)^2$ می باشد.

$$x^3 + 2ax + b = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3, b = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3 + 2x + 5}{bx^3 + x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3}{9x^3} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



در $x \rightarrow 2$ مقادیر تابع از پایین به ۴ نزدیک می‌شوند.

$$2 \lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - \left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right] = 2[4^-] - [4] = 2 \times 3 - 4 = 2$$

گزینه ۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



روش اول: حد داده شده دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است و برای رفع ابهام، عبارت را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x^2 - 3x + 2} \times \frac{\sqrt{2x} + 2}{\sqrt{2x} + 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{(x-2)(x-1)(\sqrt{2x} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(x-1)(\sqrt{2x} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x-1)(\sqrt{2x} + 2)} = \frac{2}{1 \times 4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

روش دوم: برای رفع ابهام از قاعده هویپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{-3x + 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{\sqrt{2x}}}{-3} = \frac{1}{-3\sqrt{2}} = \frac{1}{-3\sqrt{2}}$$

گزینه ۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



تابع $f(x)$ زمانی در $x = 2$ حد دارد که داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$. لذا داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + x) = 2^2 + 2 = 6 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + b) = 2a + b \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 6 \Rightarrow b = 6 - 2a$$

گزینه ۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



برای آن که $f(x)$ در $x = 2$ حد داشته باشد، باشد داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$. لذا می‌توان

نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{-2x + 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{-2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{-2(x-2)}$$

$$\frac{x < 2 \Rightarrow (x-2) < 0}{x \rightarrow 2^-} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{-2(x-2)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (6ax^2 + 1) = 24a + 1$$

از روابط بالا نتیجه می‌شود:

$$24a + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 24a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{48}$$

گزینه ۸

پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} + ax + b \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1 + ax^2 + ax + bx + b}{x + 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(1+a)x^2 + (2+a+b)x - 1 + b}{x + 1} \right) \end{aligned}$$

چون جواب حد عددی غیرصفر شده است، بنابراین بزرگ‌ترین توان x صورت و مخرج باید برابر باشند؛ بنابراین x^2 باید از صورت حذف شود پس ضریبش باید صفر باشد. یعنی:

$$1 + a = 0 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{\text{توان بیشتر}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(2+a+b)x}{x} \right) = 2 + a + b = 1 + b = 3 \rightarrow b = 2$$

پس $a - b = -1 - 2 = -3$ است.

گزینه ۹

پاسخ تشریحی:

چون مخرج کسر، به ازای $x = 3$ ، صفر می‌باشد و حاصل حد نیز متناهی است، پس صورت کسر نیز باید به ازای $x = 3$ صفر شود.

$$2 - \sqrt{3a - 2} = 0 \Rightarrow \sqrt{3a - 2} = 2 \Rightarrow a = 2$$

روش اول: $a = 2$ را جای‌گذاری کرده، حد تابع را می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{2x - 2}}{\sqrt[3]{3x - 1} - 1} \stackrel{\text{HOP}}{\rightarrow} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-\frac{2}{2\sqrt{2x - 2}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{(3x - 1)^2}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = -2 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b = 0$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{2x - 2}}{\sqrt[3]{3x - 1} - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2 - \sqrt{2x - 2})(2 + \sqrt{2x - 2})(\sqrt[3]{(3x - 1)^2} + 2\sqrt[3]{3x - 1} + 4)}{(\sqrt[3]{3x - 1} - 2)(\sqrt[3]{(3x - 1)^2} + 2\sqrt[3]{3x - 1} + 4)(2 + \sqrt{2x - 2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(4 - 2x + 2)(4 + 4 + 4)}{(3x - 9)(2 + 2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2(x - 3)(12)}{3(x - 3)(4)} = \frac{-24}{12} = -2 \Rightarrow a + b = 0 \end{aligned}$$

گزینه ۱۰

پاسخ تشریحی:

روش اول:

$x = 1$ در دامنه تعریف تابع قرار ندارد یعنی ریشه مخرج است.

$$x + c = 0 \rightarrow 1 + c = 0 \rightarrow c = -1$$

صورت کسر بر $x - 1$ بخش پذیر است و مقدار خارج قسمت تابع به ازای $x = 1$ برابر ۲ است. (زیرا تابع در $x = 1$ حدی برابر ۲ دارد.)

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 + ax + b & x - 1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline 3x^2 + ax + b & \underbrace{x^2 + 3x + (a + 3)}_{Q(x)} \\ -3x^2 + 3x & \\ \hline (a + 3)x + b & \\ -(a + 3)x + a + 3 & \\ \hline a + b + 3 & \end{array}$$

$$\begin{cases} a + b + 3 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \\ Q(1) = 2 \Rightarrow 1 + 3 + a + 3 = 2 \Rightarrow a = -5, b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 5x + 2}{x - 1}$$

روش دوم:

$$x + c = 0 \rightarrow 1 + c = 0 \rightarrow c = -1$$

تابع در $x = 1$ حدی برابر ۲ دارد؛ بنابراین برای محاسبه حد، عددگذاری می‌کنیم.

$$x = 1 \rightarrow \frac{1 + 2 + a + b}{1 - 1} = \frac{3 + a + b}{0} \rightarrow 3 + a + b = 0$$

این کسر حتماً ۰ بوده که پس از رفع ابهام جوابش، ۲ شده است.

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 4x + a}{1} = 7 + a = 2 \Rightarrow a = -5, b = 2$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 5x + 2}{x - 1} \Rightarrow f(2) = \frac{8 + 8 - 10 + 2}{2 - 1} = 8$$

گزینه ۱۱

پاسخ تشریحی:

ابتدا حد تابع $g(x)$ را وقتی $x \rightarrow 2^-$ را به دست می‌آوریم و سپس حد تابع $f(x)$ را به ازای حد به دست آمده حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 3 - 2^- = 1^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x + 1) = 4$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{9x-5}{3x-2} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{9x}{3x} \right] = [3]$$

هرگاه داخل جزء صحیح عددی صحیح نیاز شد، نیاز به بررسی بیشتری داریم. (در این مسئله باید معلوم شود داخل جزء صحیح از ۳ بیشتر است یا کمتر) برای این منظور، صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 9x-5 \quad | \quad 3x-2 \\ -9x-5 \quad | \quad 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[3 + \frac{1}{3x-2} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 + \left[\frac{1}{3x-2} \right] = 3 + \left[\frac{1}{-\infty} \right] = 3 + [0^-] = 3 - 1 = 2$$

روش دوم:

چون $x \rightarrow -\infty$ ، کافی است یک عدد منفی مثلاً $x = -10$ قرار دهیم:

$$\left[\frac{9x-5}{3x-2} \right] \xrightarrow{x=-10} \left[\frac{-95}{-32} \right] = \left[\frac{95}{32} \right] = [2/\dots] = 2$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

روش اول: با تبدیل $\tan^2 x$ به $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{\tan^2 x} & \stackrel{\circ}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} \times \cos^2 x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos^2 x} \times \cos^2 x \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{(1-\cos x)(1+\cos x)} \times \cos^2 x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{(1-\sqrt{\cos x})(1+\sqrt{\cos x})(1+\cos x)} \times \cos^2 x \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{(1+\sqrt{\cos x})(1+\cos x)} = \frac{\cos^2(0)}{(1+\sqrt{\cos 0})(1+\cos 0)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

روش دوم: می‌دانیم که $\lim_{u \rightarrow 0} (1-\cos^m u) \sim \frac{u^2}{2} \times m$ و $\lim_{u \rightarrow 0} \tan^n u \sim u^n$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^2 x}{\tan^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2}{2} \times \frac{1}{2}}{x^2} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱۴

پاسخ تشریحی:



می‌دانیم که $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ است. داریم:

$$(x-2)(x^2 - 4x + 4) - 1 = (x-2)(x-2)^2 - 1 = (x-2)^3 - 1$$

$$= ((x-2)-1)((x-2)^2 + (x-2)+1) = (x-3)(x^2 - 4x + 4 + x - 2 + 1) = (x-3)(x^2 - 3x + 3)$$

گزینه ۱۵

پاسخ تشریحی:



ابتدا هر دو عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{16-3} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13} = \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

پس: $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1+2\sqrt{3} = 1+2\sqrt{3}$

گزینه ۱۶

پاسخ تشریحی:



$$(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) \stackrel{\text{مزدوج}}{=} x-2-(x+1)$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(x-2)(x+1)} = -3 \Rightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1} = -\frac{1}{9} \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \frac{1}{9}$$

گزینه ۱۷

پاسخ تشریحی:



$$\underbrace{x^2 - 3x^2}_{\text{فاکتور از } x^3} + \underbrace{8x - 24}_{\text{فاکتور از } 8} = x^3(x-3) + 8(x-3) \xrightarrow{\text{فاکتور از } (x-3)} (x-3)(x^3 + 8)$$

اتحاد چاق و لاغر

$$= (x-3)(x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

پس باتوجه به گزینه‌ها تنها، عامل $(x+2)$ وجود دارد.

کریه ۱۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



می‌دانیم $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ است.

$$\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 2 \xrightarrow{\text{توان } 3} (\sqrt[3]{x})^3 - 3(\sqrt[3]{x})^2 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) + 3(\sqrt[3]{x}) \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3 = 8$$

$$\Rightarrow x - 3\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x} = 8 \Rightarrow x - \frac{1}{x} - 3 \underbrace{\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)}_2 = 8$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = 8 + 6 = 14 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 14$$

کریه ۱۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



می‌دانیم تابع $[f(x)]$ در نقاطی که $f(x)$ عدد صحیح شود، به شرطی که مینیمم نسبی نباشد، ناپیوسته است.

ابتدا نقاط ناپیوستگی تک تک ضابطه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$y = [x^2] - 3 \quad ; \quad -3 < x < 3 \Rightarrow \text{نقاط ناپیوستگی: } x = \pm 1, \pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}, \pm 2, \pm\sqrt{5}, \pm\sqrt{6}, \pm\sqrt{7}, \pm\sqrt{8}$$

دقت کنید که $x = 0$ هم داخل براکت را صحیح می‌کند اما طول نقطه مینیمم نسبی $y = x^2$ است؛ پس

$$y = \frac{x-1}{x+5} \quad ; \quad |x| \geq 3$$

نقطه ناپیوستگی نیست.

به‌ازای ریشه مخرج $x = -5$ ناپیوسته است.

$$f(3) = \frac{3-1}{3+5} = \frac{1}{4}, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} [x^2] = 8$$

تابع در نقاط مرزی ۳ و -۳ هم ناپیوسته است:

همچنین $-3 \leq$ پس علاوه بر موارد ذکرشده، ± 3 هم جزو نقاط ناپیوستگی هستند.

بنابراین جمعاً ۱۹ نقطه ناپیوستگی دارد.

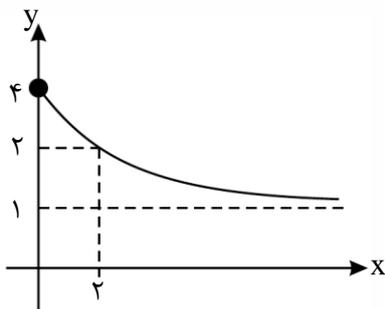
کریه ۲۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:

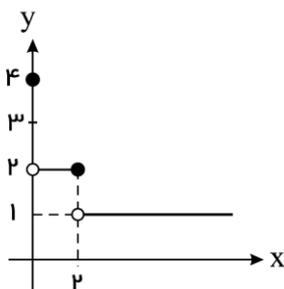


نکته: تابع $y = f(x)[g(x)]$ در نقطه $x = a$ که $g(a)$ عددی صحیح و غیرمینیمم نسبی است، تنها در صورتی پیوسته است که $f(a)$ برابر صفر باشد.

نمودار تابع $y = \frac{x+4}{x+1}$ برای $x \geq 0$ به شکل مقابل می‌باشد.



بنابراین نمودار تابع $y = \left[\frac{x+4}{x+1} \right]$ به صورت مقابل است.



باتوجه به نمودار واضح است که تابع $y = \left[\frac{x+4}{x+1} \right]$ در نقاط $x = 2$ و $x = 0$ ناپیوستگی دارد.

بنابراین برای پیوسته بودن تابع $y = (ax^2 - ax + b) \left[\frac{x+4}{x+1} \right]$ در بازه $[0, +\infty)$ ، کافی است $ax^2 + ax + b$

به‌ازای این دو مقدار صفر باشد؛ بنابراین:

$$x^2 - ax + b = x(x-2) = x^2 - 2x \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

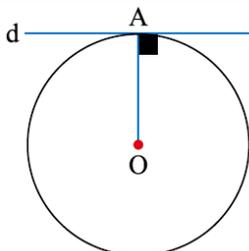
۱	-۲	۱۱	-۴
۲	-۴	۱۲	-۱
۳	-۴	۱۳	-۲
۴	-۲	۱۴	-۱
۵	-۲	۱۵	-۱
۶	-۱	۱۶	-۴
۷	-۲	۱۷	-۳
۸	-۴	۱۸	-۳
۹	-۴	۱۹	-۳
۱۰	-۱	۲۰	-۲

گزینه ۱ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم:



چون شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس:

$$m_d = -\frac{1}{m_{OA}} = -\frac{1}{\frac{3-1}{2-1}} = -\frac{1}{2} \quad (\text{مرکز دایره } O(1,1))$$

اکنون با معلوم بودن شیب و مختصات A می‌توان معادله خط مماس را نوشت:

$$d: y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

برای پیدا کردن محل برخورد خط مماس با محور yها باید $x = 0$ را با خط قطع دهیم:

$$\xrightarrow{x=0} y - 3 = 1 \Rightarrow y = 4$$

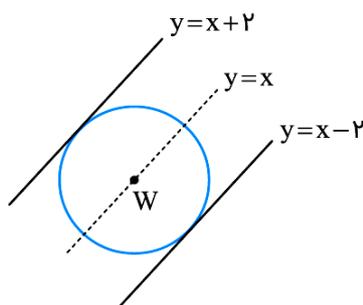
گزینه ۲ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



مرکز دایره روی خط $y = x$ قرار دارد پس می‌توانیم مرکز را (α, α) فرض کنیم:

$$2r = \frac{|2+2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow r = \sqrt{2}$$



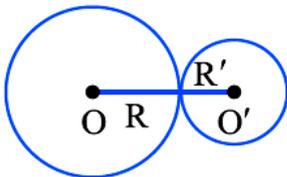
معادله دایره:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \alpha)^2 = 2 \xrightarrow{(1,1)} (1 - \alpha)^2 + (1 - \alpha)^2 = 2 \Rightarrow (\alpha - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 2 \end{cases}$$

مرکز دایره $(0,0)$ یا $(2,2)$ است.

پاسخ تشریحی: 

دو دایره با مرکزهای O و O' و شعاع‌های R و R' مماس بیرون‌اند اگر و تنها اگر داشته باشیم
 $|OO'| = R + R'$



$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = (-2, 0) \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{16} = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = (1, -4) \\ R' = \sqrt{17-a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |OO'| = \sqrt{(-2-1)^2 + (0+4)^2} = 5 \\ R + R' = 2 + \sqrt{17-a} \end{cases} \xrightarrow{|OO'| = R + R'} \Delta \Rightarrow 5 = 2 + \sqrt{17-a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{17-a} = 3 \Rightarrow 17-a = 9 \Rightarrow a = 8$$

پاسخ تشریحی: 

از شکل فرضی زیر استفاده می‌کنیم. معادله عمودمنصف AB را می‌نویسیم و محل برخورد آن با خط
 $x - 2y + 1 = 0$ را به دست می‌آوریم. این نقطه مرکز دایره است. فاصله مرکز دایره تا هریک از نقطه‌های A یا
 B شعاع دایره است.

$$\left. \begin{aligned} M = \frac{A+B}{2} = (1, 2) \\ m_{\Delta} = -\frac{1}{m_{AB}} = -\frac{1}{-\frac{2}{2}} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta : x - y = -1$$

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow O \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$r = OA = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

کریه ۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

ابتدا مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را به دست می آوریم:

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0 \Rightarrow O'(3, -2), R' = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16 - 16} = 3$$

می دانیم در دو دایره مماس داخل $OO' = |R - R'|$ ، بنابراین:

$$\sqrt{(-1-3)^2 + (1+2)^2} = |R-3| \Rightarrow 5 = |R-3| \Rightarrow \begin{cases} R-3=5 \\ R-3=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R=8 \\ R=-2 \end{cases}$$

غ ق ق

کریه ۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

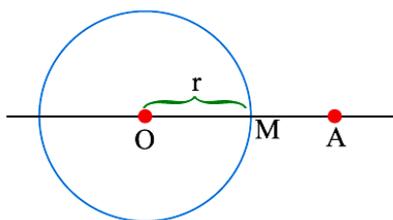
پاسخ تشریحی:

ابتدا مرکز و شعاع دایره را به دست می آوریم:

$$O = (1, -1), r = 3$$

$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

چون $r < OA$ پس A خارج دایره است. کوتاه ترین فاصله نقطه A از دایره به صورت زیر به دست می آید:



$$MA = OA - r = 5 - 3 = 2$$

کریه ۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

به ازای هر مقدار دلخواه m معادله یکی از قطرهای دایره به دست می آید. دو مقدار دلخواه به m می دهیم،

معادله دو قطر به دست می آید. با قطع دادن آن دو قطر مختصات مرکز دایره به دست می آید:

$$\left. \begin{array}{l} m=0 \Rightarrow \text{قطر دایره: } x+y=0 \\ m=-1 \Rightarrow \text{قطر دایره: } x+y=0 \end{array} \right\} \Rightarrow O = (-7, 7)$$

چون $A(5, 2)$ روی دایره است، پس:

$$\text{شعاع دایره} = r = OA = \sqrt{(5+7)^2 + (7-2)^2} = 13$$

پاسخ تشریحی: گام اول: 

معادله گسترده یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. در این صورت شعاع دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

گام دوم: 

سه نقطه A، B و C روی دایره قرار دارد، پس مختصات این نقاط در معادله دایره صدق می‌کند.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\xrightarrow{A(-1,0)} (-1)^2 + 0^2 + a(-1) + b(0) + c = 0 \Rightarrow 1 - a + c = 0 \Rightarrow a - c = 1 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{B(3,0)} 3^2 + 0^2 + a(3) + b(0) + c = 0 \Rightarrow 9 + 3a + c = 0 \Rightarrow 3a + c = -9 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{C(0,-3)} 0^2 + (-3)^2 + a(0) + b(-3) + c = 0 \Rightarrow 9 - 3b + c = 0 \Rightarrow c - 3b = -9 \quad (III)$$

بنابراین سه معادله و سه مجهول داریم. با کمی دقت متوجه می‌شویم که دو معادله I و II فقط شامل دو مجهول a و c است، پس با حل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول مقدار a و c را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ 3a + c = -9 \end{cases} \xrightarrow{+} 4a = -8 \Rightarrow a = -2$$

$$a - c = 1 \xrightarrow{a=-2} c = -2 - 1 = -3$$

با جای‌گذاری c در معادله $(c - 3b = -9)$ مقدار b را هم حساب می‌کنیم:

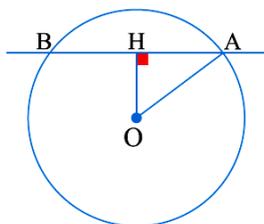
$$c - 3b = -9 \xrightarrow{c=-3} -3 - 3b = -9 \Rightarrow 3b = 6 \Rightarrow b = 2$$

اکنون با توجه به گام اول، شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 12} = \sqrt{5}$$

پاسخ تشریحی: 

از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم:



به دست می آید:

$$x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8 \Rightarrow \begin{cases} O(1, 4) \\ R = 5 \end{cases}$$

$$|OH| = \frac{|\Delta + 4\lambda - 14|}{\sqrt{\Delta^2 + 12^2}} = 3$$

در مثلث OAH، بنا بر قضیه فیثاغورس:

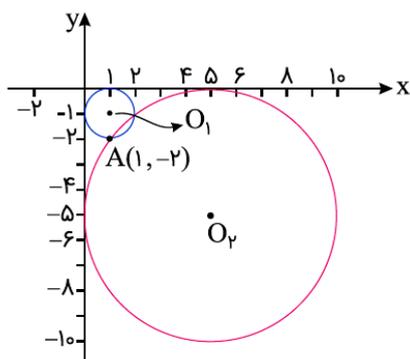
$$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$AB = 2AH = 8$$

در نتیجه:

کلیه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



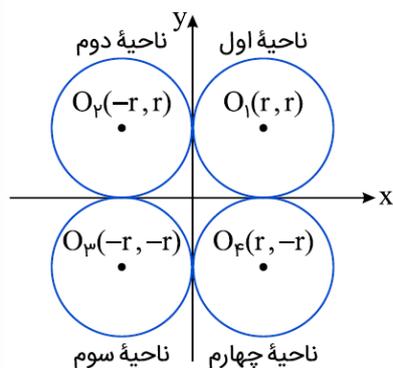
◀ شکل به زیبایی به ما نشان می دهد که ۲ تا دایره داریم که بر محورهای مختصات مماس هستند و از نقطه $A(1, -2)$ می گذرند. به علاوه مرکز دایره ها به صورت $O(r, -r)$ است؛ چراکه وقتی دایره ای بر هر دو محور مختصات مماس است؛ فاصله مرکز آن تا محورها برابر با شعاع می شود؛ پس فهمیدیم این دایره ها به مرکز $O(r, -r)$ و شعاع r هستند. معادله آنها به این صورت است:

$$(x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2 \xrightarrow{(1, -2)} (1-r)^2 + (-2+r)^2 = r^2$$

$$1 - 2r + r^2 + 4 - 4r + r^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0 \Rightarrow (r-1)(r-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 1 \\ r = 5 \end{cases}$$

همان طوری که انتظار داشتیم، وقتی به روش جبری هم سؤال را حل کردیم، دو مقدار برای r به دست آوردیم.

نکته: اگر دایره‌ای بر هر دو محور مختصات در ناحیه‌های اول تا چهارم مماس باشد، مختصات مرکز آن به صورت زیر است:



سوال ۱۳۱ گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



◀ باید نقطه M خارج دایره باشد، پس داریم:

$$(-1)^2 + (2)^2 - 4(-1) - m(2) - 8 > 0$$

$$1 + 4 + 4 - 2m - 8 > 0 \Rightarrow 2m < 1 \Rightarrow m < \frac{1}{2}$$

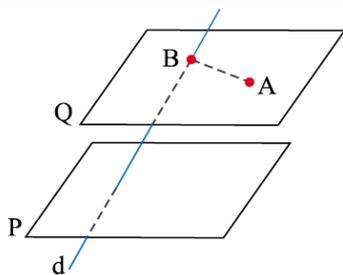
سوال ۱۳۲ گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



◀ از نقطه A صفحه Q را موازی P رسم می‌کنیم.

در صورتی شرط مسئله برقرار است که خط d، صفحه Q را قطع کند.

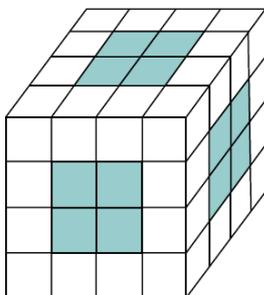


سوال ۱۳۳ گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



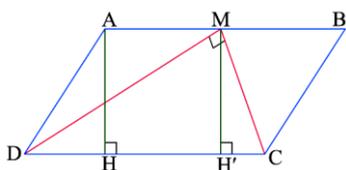
◀ مطابق شکل، روی هر وجه مکعب بزرگ، چهار مکعب کوچک وجود دارند که فقط یک وجه آن‌ها رنگ شده است. پس مجموعاً $4 \times 4 = 16$ مکعب کوچک وجود دارند که فقط یک وجه آن‌ها رنگ شده است.



گزینه ۱ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

◀ در مثلث DMC داریم: $DC^2 = DM^2 + MC^2$
پس طبق عکس قضیه فیثاغورس، این مثلث قائم‌الزاویه است.



$$\left. \begin{aligned} S_{DMC} &= \frac{1}{2} \times DC \times MH' \\ S_{ABCD} &= CD \times AH \end{aligned} \right\} \xrightarrow{MH'=AH} S_{ABCD} = 2S_{DMC} \quad (1)$$

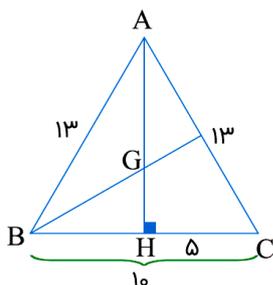
از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$S_{DMC} = \frac{1}{2} \times MC \times DM = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \xrightarrow{(1)} S_{ABCD} = 2 \times 54 = 108$$

گزینه ۱ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

◀ AH در مثلث ABC میانه است:



$$AH = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$GH = \frac{1}{3} \times \text{طول میانه} = \frac{1}{3} AH \Rightarrow GH = \frac{1}{3} \times 12 = 4$$

گزینه ۱ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

◀ در یک گراف ۳- منتظم می‌دانیم $3p = 2q$ ، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$3q = 4(p+1) \xrightarrow{q=\frac{2}{3}p} 3\left(\frac{2}{3}p\right) = 4p+4 \Rightarrow 9p = 8p+8 \Rightarrow p=8, q=12$$

در نتیجه: $p+q=20$

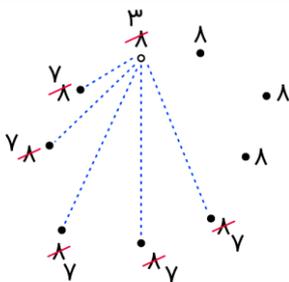
گزینه ۱ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

◀ می‌دانیم جمع درجه هر رأس از گراف G با رأس متناظرش از گراف \bar{G} برابر $p-1$ است و اگر رأسی در گراف G ماکزیمم باشد، متناظر آن در \bar{G} مینیمم می‌شود و برعکس.

$$\delta(G) + \Delta(\bar{G}) = p-1 \Rightarrow \delta(G) + 5 = 8 \Rightarrow \delta(G) = 3$$

◀ پس اگر گراف G بخواهد حداکثر تعداد یال خود را داشته باشد، باتوجه به این که در گراف G مقدار $\delta(G) = 3$ است، باید از گراف کامل مرتبه ۹ به تعداد ۵ یال حذف کنیم تا درجه یکی از رؤس ۳ شود. تعداد یالهای گراف K_9 برابر $\frac{9 \times 8}{2} = 36$ است که اگر از این ۳۶ یال، ۵ یال را حذف کنیم، ۳۱ یال باقی می ماند. دقت کنید که در شکل یالهای حذف شده را به صورت خطچین نشان داده ایم و برای پرهیز از شلوغی شکل، کل یالها رسم نشده است.



کریه ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

پاسخ تشریحی:

◀ گراف را با گراف کامل هممرتبه خود مقایسه می کنیم:

$$q_{K_9} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

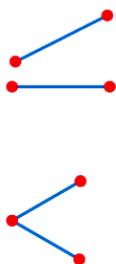
بنابراین باید از K_9 ، ۵ یال حذف کنیم، این ۵ یال را باید طوری حذف کنیم که یک رأس بیشترین آسیب را ببیند که در این صورت $\delta = 3$ می شود. بنابراین:

$$\Delta - \delta = 8 - 3 = 5$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

پاسخ تشریحی:

◀ گراف کامل از مرتبه ۱۰ دارای ۴۵ یال می باشد، بنابراین گراف داده شده گرافی است که از یک گراف کامل به تعداد دو یال برداشته شده باشد که آن دو یال به یکی از دو حالت زیر می تواند از گراف کامل برداشته شود. در حالت اول ۶ رأس و در حالت دوم ۷ رأس دست نخورده باقی می ماند که هریک از رؤس از درجه ماکزیم باشند.



گزینه ۴۰

پاسخ تشریحی:



طبق تعریف، زیرگراف \bar{G} گرافی است که هم مجموعه رئوس آن زیرمجموعه رئوس \bar{G} باشد و هم مجموعه یال‌ها زیرمجموعه یال‌های \bar{G} باشد.

در گزینه ۴، یکی از یال‌ها در گراف G نیز وجود دارد، پس نمی‌توان چنین یالی را در \bar{G} پیدا کرد (بقیه گزینه‌ها یال مشترکی با G ندارند)

گزینه ۴۱

پاسخ تشریحی:



نکته: مجموع درجات یک رأس در گراف اصلی و گراف مکمل همواره برابر $(p-1)$ است (p مرتبه گراف است).

بنابراین G گرافی است از مرتبه ۱۴ که یک رأس از مرتبه ۸ دارد. لذا می‌توان فرض نمود که یک K_{14} بوده که ۵ یال متصل به یکی از رئوس آن حذف شده است. پس G دارای یک رأس از درجه ۸، ۵ رأس از درجه ۱۲ و بقیه رئوس آن (۸ رأس دیگر) از درجه ۱۳ هستند. داریم:

$$8 + 5 \times 12 + 8 \times 13 = 2q \Rightarrow q = 86$$

گزینه ۴۲

پاسخ تشریحی:



اندازه گراف P_n برابر $n-1$ و اندازه گراف K_6 برابر ۱۵ است.

$$n-1 = 15-12 \Rightarrow n = 4$$

بنابراین:

گزینه ۴۳

پاسخ تشریحی:



مسیر به طول ۲: $v_1 v_2 v_7 v_6$

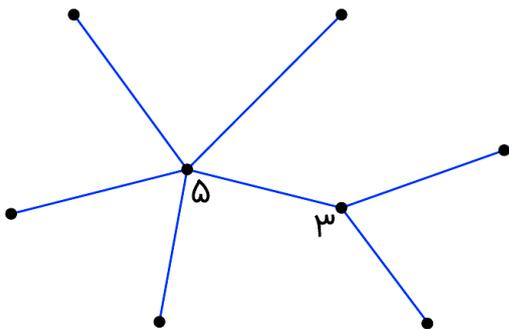
مسیر به طول ۴: $v_1 v_2 v_7 v_4 v_3 v_7 v_6$

مسیر به طول ۵: $v_1 v_2 v_7 v_5 v_4 v_3 v_7 v_6$

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

بسیار ساده است، بیا بیاید گرافی رسم کنیم با ۸ رأس که رأسی از درجه ۵ و ۳ داشته باشد ولی دور نداشته باشد. از رأس Δ شروع می‌کنیم: شکل زیر حاصل می‌شود:

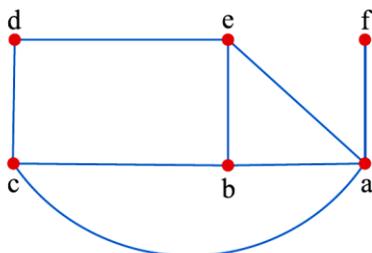


این گراف دارای ۸ رأس است و دیگر نمی‌توانیم رأسی به آن اضافه کنیم. هر یال دیگری که بخواهیم در آن رسم کنیم باعث ایجاد دور در این گراف می‌شود. پس این گراف همین است و هیچ رأسی از درجه ۲ ندارد.

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

ابتدا گراف را رسم می‌کنیم:



دوره‌های به طول ۴ عبارتند از: $bcdeb$, $bcaeb$, $acdea$: بنابراین ۳ دور به طول ۴ در این گراف وجود دارد.

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

برای حل تست به نکات زیر توجه داشته باشید:

الف) در گراف کامل مرتبه p ، اندازه گراف که با q نشان داده می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$rp = 2q \xrightarrow{r=p-1} p(p-1) = 2q \Rightarrow q = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2}$$

ب) تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابر است با:

◀ حاصل ضرب اندازه و مرتبه گراف برابر 50 شده است. p را تعیین می‌کنیم:

$$pq = 50 \Rightarrow p \times \frac{p(p-1)}{2} = 50 \Rightarrow \frac{p^2(p-1)}{2} = 50 \Rightarrow p^2(p-1) = 100 = 25 \times 4 \Rightarrow p = 5$$

◀ پس تعداد دورهای به طول 4 در گراف کامل از مرتبه 5 برابر است با:

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times \frac{3!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

۴۷ گزینه ۱

پاسخ تشریحی:



◀ مجموعه همسایگی بسته هر رأس شامل خود آن رأس و همسایه‌هایش است. پس به جز خودش هر رأس با 3 رأس دیگر مجاور است و گرافی 3 -منتظم داریم:

$$kp = 2q \Rightarrow 3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$$

۴۸ گزینه ۱

پاسخ تشریحی:



◀ حداکثر اندازه زمانی رخ می‌دهد که غیر از رأس از درجه 3 ، بقیه رئوس به تمام رئوس دیگر متصل باشند (گراف کامل از مرتبه 7) و سه یال هم مربوط به رأس از درجه 3 به تعداد کل یال‌ها اضافه می‌شود، بنابراین

$$\binom{7}{2} + 3 = 21 + 3 = 24$$

حداکثر اندازه G برابر است با:

۴۹ گزینه ۱

پاسخ تشریحی:



◀ گراف K -منتظم با p رأس که K و p هر دو فرد باشند، وجود ندارد. همچنین K باید کوچک‌تر یا مساوی $p-1$ باشد، پس گراف‌های 2 -منتظم 7 رأسی و 4 -منتظم 7 رأسی وجود دارد، بنابراین دو حالت دارد. دقت کنید گراف‌های صفر - منتظم به دلیل تهی بودن و 6 -منتظم به دلیل کامل بودن انتخاب نشده‌اند.

۵۰ گزینه ۱

پاسخ تشریحی:



$$q_{K_9} = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

◀ با جدا کردن 9 رأس داریم:

$$q_{K_8} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

◀ همچنین در صورتی که 8 رأس جدا کنیم، داریم:

◀ و این یعنی با 30 سال حداقل 9 رأس لازم داریم، پس گراف می‌تواند حداکثر دو رأس ایزوله داشته باشد.

۲۱ -۳

۲۲ -۱

۲۳ -۴

۲۴ -۲

۲۵ -۳

۲۶ -۲

۲۷ -۳

۲۸ -۳

۲۹ -۳

۳۰ -۲

۳۱ -۴

۳۲ -۴

۳۳ -۴

۳۴ -۳

۳۵ -۳

۳۶ -۳

۳۷ -۱

۳۸ -۲

۳۹ -۳

۴۰ -۴

۴۱ -۱

۴۲ -۲

۴۳ -۱

۴۴ -۱

۴۵ -۳

۴۶ -۳

۴۷ -۱

۴۸ -۳

۴۹ -۲

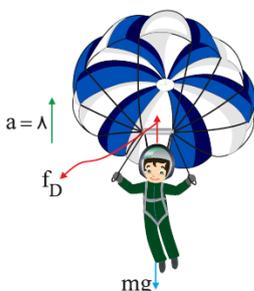
۵۰ -۲

کریه ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

پاسخ تشریحی:



ابتدا نیروهای وارد بر چتر باز را ترسیم و سپس به کمک قانون دوم نیوتن نیروی مقاومت هوا را محاسبه می‌کنیم: (جهت مثبت را رو به بالا فرض کنید).



$$+\uparrow F_{\text{net}} = ma$$

$$\Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 70 \times 10 = 70 \times 8 \Rightarrow f_D = 1260 \text{ N}$$

چون سرعت روبه پایین و شتاب روبه بالا است، پس حرکت کندشونده است؛ پس رفته‌رفته سرعت چتر باز و در نتیجه نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد و ممکن است به تندی حدی رسیده و ثابت بماند.

کریه ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

پاسخ تشریحی:



حالت اول: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a) = m(10 + (-4)) = 6m$

حالت دوم: $F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{\text{سرعت ثابت است}} mg - N' = 0 \Rightarrow N' = 10m$

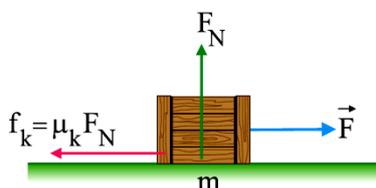
$$\Rightarrow \frac{N}{N'} = \frac{6m}{10m} = \frac{3}{5}$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

پاسخ تشریحی:

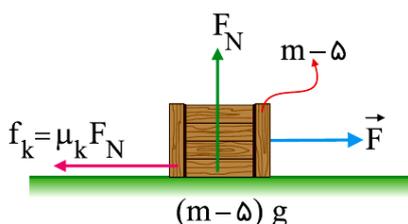


قانون دوم نیوتن را برای قبل از کاهش جرم و بعد از کاهش جرم می‌نویسیم.
قبل از کاهش جرم:



$$\begin{cases} a_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 10m \\ a_x = \frac{2}{5} \frac{m}{s^2} \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - 0.4 \times 10m = m \times 2 \end{cases}$$

بعد از کاهش جرم:



$$\begin{cases} a_y = 0 \Rightarrow F_N = (m - \delta)g \\ a_x = \frac{8}{5} \frac{m}{s^2} \Rightarrow F - f_k = (m - \delta)a \\ F - 0.4 \times 10(m - \delta) = (m - \delta) \times 8 \end{cases}$$

باتوجه به دو معادله و دو مجهول به دست آمده، m را به دست می آوریم:

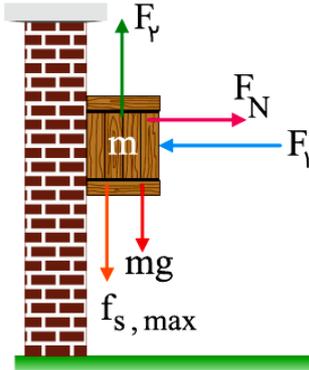
$$\begin{cases} F - 4m = 2m \\ F - 4m + 20 = 8m - 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = 6m \\ F = 12m - 60 \end{cases} \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

کریه ۵۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



در حداکثر نیرو F_2 باید $f_{s, \max}$ رو به پایین باشد:



$$F_N = F_2 = 200 \text{ (N)}$$

$$f_{s, \max} = \mu_s \times F_N = 0.8 \times 200 = 160 \text{ (N)}$$

$$W = mg = 30 \times 10 = 300 \text{ kg}$$

$$F_2 = mg + f_{s, \max} = 460 \text{ (N)}$$

کریه ۵۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



در قسمت اول: $f_k = \mu_k N = 0.4 \times mg = 0.4 \times 50 = 20 \text{ N}$

$$f_{s, \max} = \mu_s mg = 0.8 \times 50 = 40 \text{ N}$$

جسم حرکت می کند $F > f_{s, \max} \Rightarrow$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 50 - 20 = \Delta a \Rightarrow a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 = 6 \times 5 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در قسمت دوم: $0 - f_k = ma \Rightarrow -20 = \Delta a \Rightarrow a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -4t + 30 \Rightarrow t = 7.5 \text{ (s)}$$

کریه ۵۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

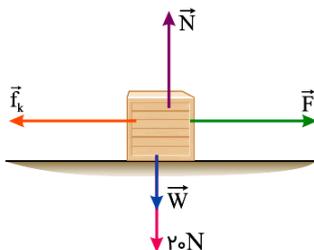
پاسخ تشریحی:



$$N = W + 20 = 100 + 20 = 120 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k N = 0.3 \times 120 = 36 \text{ N}$$

از آنجا که جسم با سرعت ثابت حرکت می کند، پس F و f_k با هم برابرند و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



کریه ۵۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:

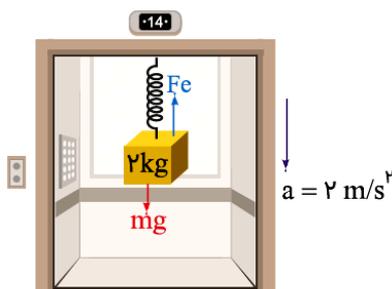


▶ هنگامی که آسانسور ساکن است، شتاب و برآیند نیروهای وارد بر وزنه برابر صفر است. پس نیروی وزن برابر نیروی فنر است. پس در این حالت طول اولیه فنر را به دست می‌آوریم:

$$F_e = mg \Rightarrow k\Delta L = mg \Rightarrow 20 \times \Delta L = 20 \Rightarrow \Delta L = 1 \text{ cm}$$

$$\Delta L = L - L_0 \Rightarrow 1 = 30 - L_0 \Rightarrow L_0 = 29 \text{ cm}$$

▶ هنگامی که آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند جهت شتاب وزنه و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن به سمت پایین است. در این حالت داریم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma$$

$$20 - F_e = 2 \times 2 \Rightarrow F_e = 16 \text{ N}$$

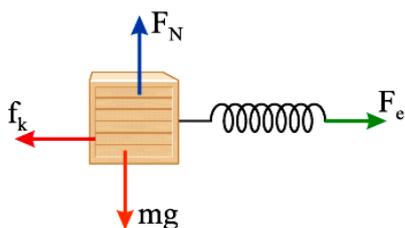
$$\xrightarrow{F_e = k\Delta L} 16 = 20 \times \Delta L \Rightarrow \Delta L = 0.8 \text{ cm}$$

▶ چون جهت نیروی فنر به سمت بالا است، طول فنر از طول عادی (بدون وزنه آن) بیشتر است و طول فنر به $29 + 0.8 = 29.8 \text{ cm}$ می‌رسد.

توجه کنید: آیا حتماً به محاسبه L_0 برای حل تست نیاز بود؟

کریه ۵۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



$$F_N = mg = 20 \text{ N}$$

$$F_k = 0.2 \times 20 = 4 \text{ N}$$

$$\sum F = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5k - 4 = 2a \\ 7k - 4 = 2(a + 2) \end{cases} \Rightarrow \frac{5k}{7k} = \frac{4 + 2a}{4 + 2a + 4}$$

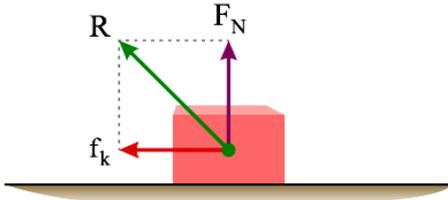
$$\Rightarrow 28 + 14a = 40 + 10a \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

کریه ۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس $f_k = F_1 = 115\text{N}$ است.



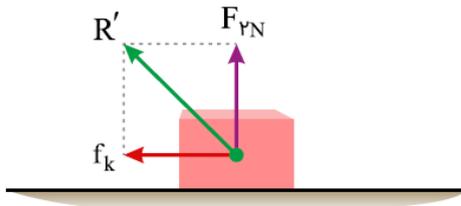
$$F_N = F_1 + mg = 15 + 100 = 115\text{N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{15}{115} = \frac{3}{23}$$

اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} = 115 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{23}\right)^2}$$

در حالت دوم $F_{\gamma N}$ و R' را محاسبه می‌کنیم، داریم:



$$F_{\gamma N} = mg - F_1 = 100 - 15 = 85\text{N}$$

$$R' = F_{\gamma N} \sqrt{1 + \mu_k^2} = 85 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{23}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{115}{85} = \frac{23}{17}$$

کریه ۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



گام اول: طبق شکل داده شده، بردار سرعت اولیه (قبل از برخورد) و ثانویه (بعد از برخورد) برابر است با:

$$v_1 = -20\vec{i}, v_2 = +8\vec{i}$$

گام دوم: شتاب متوسط گلوله در مدت تماس با دیوار برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8\vec{i} - (-20\vec{i})}{0.2} = \frac{28\vec{i}}{0.2} = 140 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \vec{i}$$

گام سوم: نیروی متوسط دیوار به توپ برابر است با:

$$F_{av} = ma_{av} = 0.4 \times 140 = +56\vec{i} (\text{N})$$

کریه ۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴

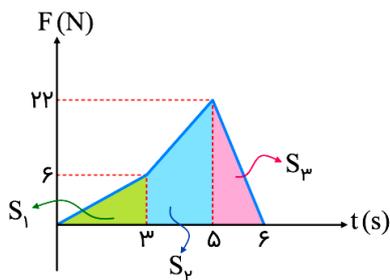
پاسخ تشریحی:



مساحت سطح زیر نمودار $(F-t)$ برابر تغییرات تکانه است. پس:



پاسخنامه تشریحی - درس فیزیک



$$\Delta p = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{3 \times 6}{2} + \frac{(22+6) \times 2}{2} + \frac{22 \times 1}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta p = 9 + 28 + 11 = 48 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

◀ حالا بزرگی نیروی خالص متوسط را از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به دست می آوریم.

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{48}{6} = 8 \text{ N}$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



◀ ابتدا مدت حرکت اتومبیل برای طی کردن نصف محیط دایره را حساب می کنیم:

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow 16 = \frac{160}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

◀ حالا تندی متحرک را به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t} = \frac{3 \times 80}{10} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

◀ با استفاده از رابطه $a_c = \frac{v^2}{R}$ ، بزرگی شتاب مرکزگرای اتومبیل را به دست می آوریم:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(24)^2}{80} = \frac{24 \times 24}{80} = 7.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



◀ حداکثر سرعت مجاز هنگام دور زدن میدان هنگامی حاصل می شود که نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده به بیشترین حد ممکن برسد و این نیرو تأمین کننده نیروی مرکزگرا است.

$$f_{s,max} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \mu_s rg \Rightarrow 4 = 0.5 \times r \times 10 \Rightarrow r = 0.8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

کریه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



◀ **گام اول:** سکه در حال حرکت دایره ای به همراه صفحه است. دوره چرخش سکه برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} 300 \text{ دور} \rightarrow 60 \text{ s} \\ 1 \text{ دور} \rightarrow T \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{60}{300} = \frac{1}{5} \text{ s} = 0.2 \text{ s}$$

گام دوم: بزرگی نیروی مرکزگرای وارد بر گلوله برابر است با:

$$F = ma = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} = m \left(\frac{4\pi^2 \times 0.2}{(0.2)^2} \right) = 20\pi^2 \times m(N)$$

گام سوم: نیروی اصطکاک همان نیروی مرکزگرا است؛ بنابراین:

$$\frac{f_s}{mg} = \frac{F}{mg} = \frac{20\pi^2 \times m}{mg} = \frac{20\pi^2}{10} = 2\pi^2$$

کریه ۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

اگر ماهواره‌ای دقیقاً n بار در هر شبانه‌روز بالای یک نقطه مشخص دیده شود، دوره تناوب آن بر حسب

ساعت $T = \frac{24}{n+1}$ است. بنابراین دوره ماهواره‌های A و B برابر است با:

$$T_A = \frac{24}{2+1} = 8(h), T_B = \frac{24}{3+1} = 6(h)$$

دوره تناوب ماهواره‌ها با جذر مکعب شعاع آن‌ها نسبت مستقیم دارد. پس:

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} \Rightarrow \frac{8}{6} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} \Rightarrow \frac{16}{9} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt[3]{\frac{16}{9}}$$

حالا نسبت تندی دو ماهواره را حساب می‌کنیم:

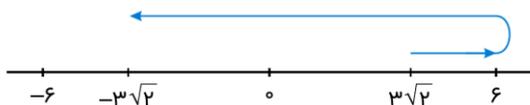
$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)} = \sqrt{\sqrt[3]{\frac{9}{16}}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$$

کریه ۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

زمانی که طول می‌کشد تا نوسان‌گر از $3\sqrt{2}A$ به A برسد برابر با $\frac{T}{8}$ است و زمانی که طول می‌کشد تا

برای اولین بار از A به $-\sqrt{2}A$ برسد، $\frac{3T}{8}$ است. پس کل زمان حرکت $\frac{4T}{8} = \frac{T}{2}$ ثانیه است.



$$f = 0.2 \text{ Hz} \Rightarrow T = 5 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} = 2.5 \text{ s}$$

کل جابه‌جایی نوسان‌گر برابر است با Δx :

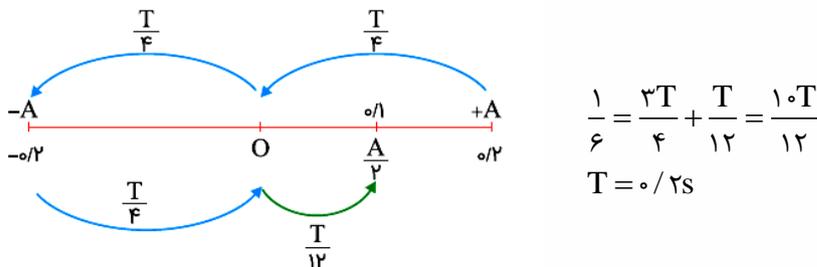
$$\Delta x = -3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6\sqrt{2}}{2.5} = \frac{-12\sqrt{2}}{5} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{12\sqrt{2}}{5} \text{ cm/s}$$

کریه ۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی: 

باتوجه به نمودار مشخص بودن مکان جسم در لحظه $t = \frac{1}{6}$ ، ابتدا دوره حرکت را حساب می‌کنیم:



مسافت طی شده در مدت زمان نشان داده شده، ۵ برابر دامنه حرکت است:

$$l_{0-t_1} = 5 \times 0.2 = 1\text{m}$$

مسافت طی شده

در این صورت برای محاسبه تندی متوسط می‌توان نوشت:

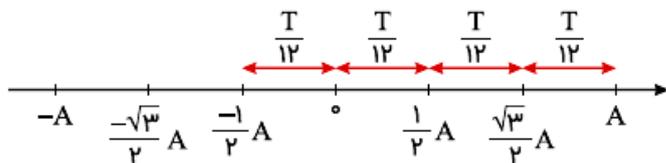
$$t_1 = T + \frac{T}{4} = 0.2 + \frac{0.2}{4} = \frac{1}{4}\text{s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

کریه ۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی: 

باتوجه به نمودار زیر در مدت زمان $\frac{T}{3}$ یا $\frac{4T}{12}$ متحرک از مکان A به $-\frac{1}{2}A$ می‌رسد.



$$T = 0.2\text{s} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = \frac{0.2}{3} = \frac{2}{30}\text{(s)}$$

$$\Delta x = -2 - 4 = -6\text{cm}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{\frac{2}{30}} = -90 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \Rightarrow |v_{av}| = 90 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

پاسخ تشریحی:



ابتدا دامنه نوسان و طول فنر در لحظه تعادل جسم را به دست می آوریم:

$$A = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2} = \frac{48 - 32}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$L_{\text{تعادل}} = \frac{L_{\min} + L_{\max}}{2} = 40 \text{ cm}$$

با استفاده از $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، بسامد زاویه ای دستگاه را به دست می آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{1}} = 2.0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

هنگامی که طول فنر ۴۲cm است، فاصله وزنه از نقطه تعادل برابر $x = 42 - 40 = 2$ است. طبق رابطه

$a = -\omega^2 x$ در این مکان شتاب برابر است با:

$$a = -\omega^2 x = -4.0 \times \left(\frac{2}{100}\right) = -8.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |a| = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ تشریحی:



باتوجه به رابطه محاسبه دوره حرکت آونگ کم دامنه می توان نوشت:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l_A}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{l_B}{g}}} \Rightarrow \frac{24}{N+12} = \sqrt{\frac{l_A}{l_B}} \Rightarrow \frac{N+12}{N} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{N+12}{N} = 4 \Rightarrow 4N = N+12 \Rightarrow N = 4 \Rightarrow T_B = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

در این صورت طول آونگ B برابر است با:

$$\frac{3}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{l_B}{g}} \Rightarrow \frac{9}{4} = 4l_B \Rightarrow l_B = \frac{9}{16} \text{ m} = 56.25 \text{ cm}$$

پاسخ تشریحی:



باتوجه به اطلاعات سؤال مشخص می کنیم انرژی پتانسیل چه کسری از انرژی مکانیکی است:

$$T = \frac{1}{25} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

$$E = K_{\max} = U_{\max} = U + K$$

$$v = \frac{\sqrt{17}}{5} v_{\max} \Rightarrow K = \frac{17}{25} K_{\max} = \frac{17}{25} E \Rightarrow U = E - K = \frac{8}{25} E$$

◀ اکنون با جایگزینی رابطه محاسبه انرژی مکانیکی برای تعیین انرژی پتانسیل داریم:

$$U = \frac{1}{25} \times 2\pi^2 m A^2 f^2 = \frac{1}{25} \times 2 \times 10 \times 20 \times 10^{-3} \times 10^{-2} \times (25)^2 = 0.8 \text{ J} = 800 \text{ mJ}$$

کریه ۷۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



◀ با جمع کردن گرماهای مبادله شده برای جسم و آب، گرمای خارج شده از مجموعه را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_{\text{خارج شده}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{جسم}} = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{جسم}}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{خارج شده}} = 3 \times 4200 \times (40 - 20) + 2 \times 1000 \times (40 - 200) = -68000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{خارج شده}} = -68 \text{ kJ}$$

◀ منفی شدن $Q_{\text{خارج شده}}$ به معنای خارج شدن گرما از مجموعه است.

کریه ۷۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



◀ باتوجه به قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرمای مبادله شده بین اجسام برابر با صفر است؛ بنابراین (توجه داشته باشید که چون گرماسنج و آب درون آن در تعادل گرمایی بوده‌اند، دمای اولیه‌شان برابر است.)

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + C_{\text{گرماسنج}} \Delta\theta_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow 0.6 \times c_{\text{فلز}} \times (20 - 100) + 0.5 \times 4200 \times (20 - 15) + 204(20 - 15) = 0$$

$$\Rightarrow -48c_{\text{فلز}} + 10500 + 1020 = 0 \Rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{11520}{48} = 240 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

کریه ۷۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

پاسخ تشریحی:



◀ ابتدای دمای تعادل را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 32 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 0^\circ\text{C}$$

◀ چون حداقل جرم آب خواسته شده است، پس آب باید منجمد شود تا به یخ 0°C تبدیل شود. پس محصول نهایی یخ 0°C است.

$$20^\circ\text{C} \text{ m گرم آب} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C} \text{ m گرم آب} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \text{ m گرم یخ}$$

$$-40^\circ\text{C} \text{ ۱۰۰ گرم یخ} \xrightarrow{Q_3} 0^\circ\text{C} \text{ ۱۰۰ گرم یخ}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m \times \cancel{c_{\text{آب}}} \times (-20) - m \cancel{L_f} + 100 \times \cancel{c_{\text{یخ}}} \times 40 = 0$$

$$-40m - 160m + 4000 = 0 \Rightarrow -m - 4m + 100 = 0 \Rightarrow m = 20 \text{ g}$$

کلیه ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

پاسخ تشریحی:



$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

$$\frac{200 \times 10^3}{n_1 \times 500} = \frac{150 \times 10^3}{n_2 \times 450} \Rightarrow 6n_2 = 5n_1 \Rightarrow 6(n_1 - 0.8) = 5n_1$$

$$\Rightarrow 6n_1 - 4.8 = 5n_1 \Rightarrow n_1 = 4.8 \text{ mol} \Rightarrow n_2 = 4 \text{ MOL}$$

کلیه ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

پاسخ تشریحی:



دمای ابتدایی و نهایی گاز درون استوانه را برحسب کلون حساب می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 7 + 273 = 280 \text{ K} \\ T_2 = 77 + 273 = 350 \text{ K} \end{cases}$$

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرد. پس در حالت اول فشار گاز برابر است با:

$$P_{g(1)} = P_1 - P_0 \Rightarrow 14 = P_1 - 1 \Rightarrow P_1 = 15 \text{ atm}$$

حالا داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{15 \times 12}{280} = \frac{P_2 \times 25}{350} \Rightarrow P_2 = 9 \text{ atm}$$

بنابراین عددی که فشارسنج در حالت دوم نشان می‌دهد $P_{g(2)} = P_2 - P_0 = 9 - 1 = 8 \text{ atm}$ است.

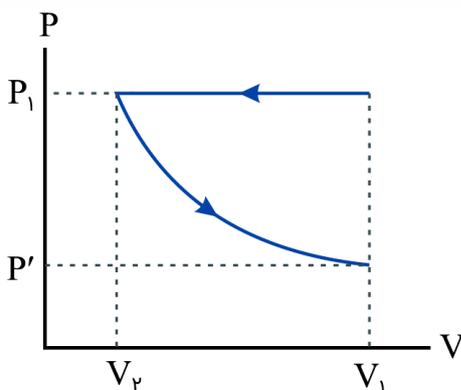
کلیه ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

پاسخ تشریحی:



نامعادله‌های الف و ب درست‌اند.

ابتدا نمودار P-V فرآیندها را رسم می‌کنیم سپس هرکدام از نامعادله‌ها را بررسی می‌کنیم:



الف) در فرآیند هم‌فشار گاز متراکم شده یعنی دمای آن کاهش یافته پس $\Delta U_{\text{فشار}} < 0$ است؛ درحالی‌که

در فرآیند هم‌دما $\Delta U = 0$ است؛ بنابراین هم‌فشار $\Delta U_{\text{فشار}} > \Delta U_{\text{دما}}$

ب) مساحت سطح زیر نمودار فرآیند هم‌دما است پس $|W_{\text{دما}}| > |W_{\text{فشار}}|$

پ) اندازه گرمای مبادله شده در فرآیند هم‌فشار بزرگ‌تر از کار انجام شده در این فرآیند است:

$$|W_{\text{فشار}}| > |Q_{\text{فشار}}|$$

در قسمت (ب) دیدیم که $|W_{\text{دما}}| > |W_{\text{فشار}}|$

پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که $|W_{\text{دما}}| > |Q_{\text{فشار}}|$

از طرفی $|W_{\text{دما}}| = |Q_{\text{دما}}|$ است، بنابراین داریم:

$$|Q_{\text{دما}}| > |Q_{\text{فشار}}|$$

پس جمله پ نادرست است.

کلیه ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

پاسخ تشریحی: 

$$W_{\text{چرخه}} = W_{ab} + W_{bc} + W_{ca}$$

فرآیند ca حجم است پس $W_{ca} = 0$

فرآیند ab هم‌دما هست ($\Delta U = 0$) و با افزایش فشار، حجم گاز کاهش یافته ($W > 0$) در نتیجه $Q < 0$ است.

$$\Delta U_{ab} = W_{ab} + Q_{ab} = 0 \xrightarrow{Q_{ab} = -20} W_{ab} = 20 \text{ J}$$

فرآیند bc هم‌فشار است در نتیجه داریم:

$$W_{bc} = -P\Delta V = -nR\Delta T$$

$$W_{bc} = -0.2 \times 8 \times 75 = -120 \text{ J}$$

$$W_{\text{چرخه}} = 20 + (-120) + 0 = -100 \text{ J}$$

از آنجا که چرخه -100 ژول شده و منفی است، پس چرخه در نمودار فشار برحسب حجم به صورت ساعت‌گرد است.

کلیه ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

پاسخ تشریحی: 

◀ در فرآیند هم‌حجم AB، گاز گرما گرفته، پس Q_{AB} مثبت است:

$$Q_{AB} = +700 \text{ J}$$

◀ در فرآیند بی‌درروی BC، گاز با محیط تبادل گرما ندارد:

$$Q_{BC} = 0$$

◀ در فرآیند هم‌دمای CA، گاز گرما از دست داده، پس Q_{CA} منفی است:

$$Q_{CA} = -500 \text{ J}$$

◀ گرمای کل مبادله شده بین گاز و محیط در طی چرخه برابر است با:

$$Q_T = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 700 + 0 + (-500) = 200 \text{ J}$$

تغییر انرژی درونی گاز در یک چرخ صفر است؛ بنابراین:

$$\Delta U = Q_T + W_T = 0 \Rightarrow W_T + 200 = 0 \Rightarrow W_T = -200 \text{ J}$$

کریه ۸۰

پاسخ تشریحی:



چرخه $\Delta U = 0$

هم‌دما $\Delta U = 0$

چرخه $\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$

$0 = Q_{AB} + W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + Q_{BC}$
هم حجم

$$Q_{AB} + Q_{BC} = W_{AB} = P\Delta V$$

$$Q = 8 \times 10^5 (16 - V_A) \times 10^{-3}$$

$$T_A = T_C \Rightarrow P_A V_A = P_C V_C$$

$$8 \times 10^5 \times V_A = 2 \times 10^5 \times 16 \Rightarrow V_A = 4 \text{ lit}$$

$$Q = 8 \times 10^5 (16 - 4) \times 10^{-3} = 9600 \text{ J}$$



پاسخنامه کلیدی - درس فیزیک

۵۱	-۲	۶۱	-۳	۷۱	-۲
۵۲	-۴	۶۲	-۳	۷۲	-۳
۵۳	-۳	۶۳	-۴	۷۳	-۱
۵۴	-۴	۶۴	-۴	۷۴	-۲
۵۵	-۲	۶۵	-۲	۷۵	-۳
۵۶	-۴	۶۶	-۳	۷۶	-۱
۵۷	-۳	۶۷	-۴	۷۷	-۲
۵۸	-۲	۶۸	-۱	۷۸	-۲
۵۹	-۳	۶۹	-۲	۷۹	-۲
۶۰	-۱	۷۰	-۱	۸۰	-۴

پاسخ تشریحی:



◀ با توجه به E° های داده شده، می توان نوشت:

قدرت کاهندگی: $Fe > Cu > Ag$

قدرت اکسندگی: $Fe^{2+} < Cu^{2+} < Ag^+$

بنابراین عبارت های «ب» و «پ» درست اند.

بررسی همه عبارت ها:



الف) در سلول گالوانی تشکیل شده از نیم سلول های مس و نقره، مس آند و نقره، کاتد است. بنابراین آنیون ها

به سمت نیم سلول مس (آند)، حرکت می کنند.

ب) طبق مقایسه انجام گرفته درست است.

پ)

سلول گالوانی $Fe_{\text{آند}} - Cu_{\text{کاتد}}$

$$emf_1 = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 0/34 - (-0/44) = 0/78 V$$

سلول گالوانی $Cu_{\text{آند}} - Ag_{\text{کاتد}}$

$$emf_2 = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 0/8 - 0/34 = 0/46 V$$

بنابراین:

$$emf_1 < emf_2 \Rightarrow 0/78 < 2(0/46)$$

ت) به دلیل این که قدرت کاهندگی مس از نقره بیشتر است، در نتیجه فلز مس نسبت به فلز نقره تمایل بیشتری

برای ازدست دادن الکترون دارد.

پاسخ تشریحی:



◀ در سلول منیزیم - روی، Zn^{2+} در کاتد کاهش یافته و Mg در آند اکسایش می یابد.

$$1/62 = E^\circ_{Zn^{2+}/Zn} - E^\circ_{Mg^{2+}/Mg}$$

◀ به همین ترتیب، در مورد سلول های دیگر می توان نوشت:

$$1/56 = E^\circ_{Ag^{2+}/Ag} - E^\circ_{Zn^{2+}/Zn}$$

$$1/05 = E^\circ_{Ag^+/Ag} - E^\circ_{Ni^{2+}/Ni}$$

◀ حالا E° سلول منیزیم - نیکل را به دست می آوریم:

$$سلول\ نیکل - منیزیم \Rightarrow E^\circ_{سلول} = E^\circ_{Ni^{2+}/Ni} - E^\circ_{Mg^{2+}/Mg}$$



پاسخنامه تشریحی - درس شیمی

مجموعه آموزشی گدو

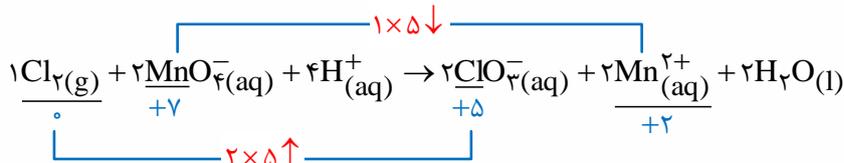
$$\begin{aligned} \Rightarrow E^\circ_{\text{سلول}} &= (E^\circ_{\text{Ag}^{2+}/\text{Ag}} - 1/0.5) - (E^\circ_{\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}} - 1/0.62) \\ \Rightarrow E^\circ_{\text{سلول}} &= (E^\circ_{\text{Ag}^{2+}/\text{Ag}} - E^\circ_{\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}}) - 1/0.5 + 1/0.62 \\ \Rightarrow E^\circ_{\text{سلول}} &= 1/0.56 - 1/0.5 + 1/0.62 = 2/137 \end{aligned}$$

کریه ۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



ابتدا معادله واکنش را براساس تغییر عدد اکسایش موازنه می‌کنیم:



تعداد Mn \times تغییر عدد اکسایش Mn = تعداد الکترون مبادله شده $= 5 \times 2 = 10e$

در تبدیل ۲ مول Mn^{2+} به Mn^{7+} ، ۱۰ الکترون مبادله می‌شود؛ بنابراین:

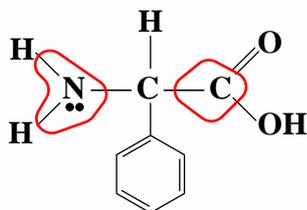
$$0.4 \text{ mol MnO}_4^- \times \frac{10 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol MnO}_4^-} = 2 \text{ mole}^-$$

کریه ۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



ابتدا عدد اکسایش C و N در ترکیب زیر را محاسبه می‌کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} \text{N اکسایش: } 5 - (2 + 2 + 2 + 2) = 5 - 8 = -3 \\ \text{C اکسایش: } 4 - (1 + 0 + 0) = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 3 - (-3) = +6$$

حال عدد اکسایش گوگرد در ترکیب‌های SF_4 و $\text{S}_2\text{O}_7^{2-}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{S}_2\text{O}_7^{2-}: 2x + 7 \times (-2) = -2 \Rightarrow x = +6 \\ \text{SF}_4: x + 4 \times (-1) = 0 \Rightarrow x = +4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} (2 \times 6) + 4 = 16$$

حال نسبت این دو عدد (اختلاف و مجموع) را حساب می‌کنیم که برابر است با $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

کریه ۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



بررسی همه عبارت‌ها:



الف) باتوجه به توانایی نگهداری باقی محلول‌ها در ظرف از جنس فلز A، فلز A در جدول E° بیشتری داشته و بالاتر است.

ب) کمترین میزان افزایش دما مربوط به فلزاتی است که کمترین تفاوت E° را داشته باشند. از آنجایی که $C_{(aq)}^{2+}$ با $D_{(s)}$ واکنش می‌دهد، اتم D از C کاهنده‌تر است و E° مربوط به فلز C از فلز D بیشتر است و این دو عنصر در میان این ۴ عنصر متوالی هستند.

پ) از آنجایی که تمایل فلز B به اکسایش یافتن از باقی فلزات بیشتر است، این فلز در جدول E° از همه پایین‌تر خواهد بود و کمترین E° را دارد.

باتوجه به اطلاعات فوق:

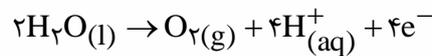
نیم‌واکنش	E°
$A^{2+} + 2e^- \rightarrow A$	↓ کاهش E° و افزایش قدرت کاهندگی
$C^{2+} + 2e^- \rightarrow C$	
$D^{2+} + 2e^- \rightarrow D$	
$B^{2+} + 2e^- \rightarrow B$	

\Rightarrow ترتیب قدرت کاهندگی: $B > D > C > A$

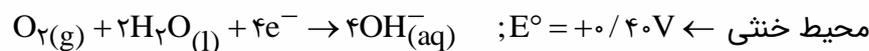
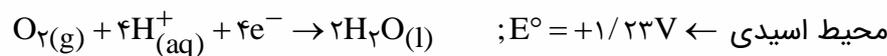
گزینه ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

پاسخ تشریحی:

گزینه ۱: نادرست؛ در برقکافت آب که در یک سلول الکترولیتی صورت می‌گیرد، در اطراف آند (تیغه مثبت) نیم‌واکنش اکسایش به صورت زیر رخ می‌دهد و با تولید H^+ ، محیط اسیدی می‌شود. در ضمن، گاز O_2 آزاد می‌شود.

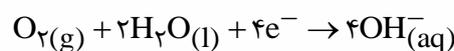


گزینه ۲: نادرست؛ E° نیم‌واکنش کاتدی (کاهش) در فرآیند خوردگی در دو موقعیت اسیدی و خنثی به صورت زیر است:

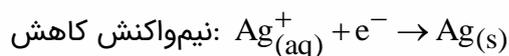
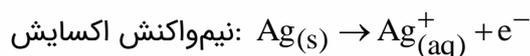


باتوجه به بیشتر بودن E° (کاتد) در محیط اسیدی، خوردگی آهن در این محیط به میزان بیشتری رخ می‌دهد. (emf سلول بزرگ‌تر می‌شود).

گزینه ۳: درست؛ در اثر ایجاد خراش در حلی یا آهن سفید طی فرآیند خوردگی، نیم‌واکنش کاهش به صورت زیر می‌باشد که در آن اکسیژن الکترون دریافت کرده و کاهش می‌یابد:



گزینه ۴: نادرست؛ در فرآیند آبرکاری فلز پوشاننده به قطب مثبت (آند) متصل است و دچار اکسایش می‌شود اما نیم‌واکنش کاهش مربوط به کاهش کاتیون روکش می‌شود (نه قطعه مورد آبرکاری). مثال:

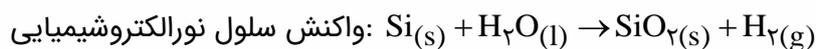


کریه ۱ ۱ ۱ ۳ ۴

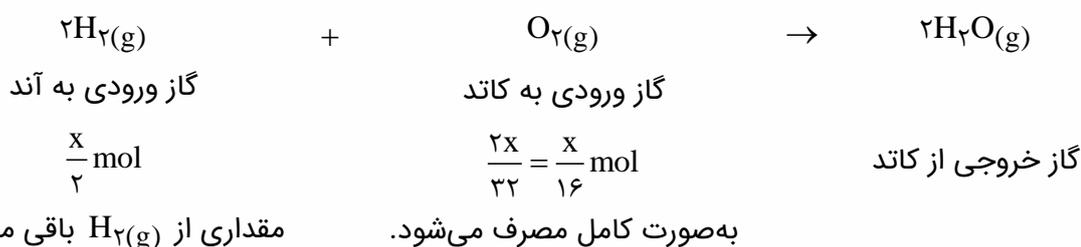
پاسخ تشریحی:



مورد اول: نادرست. گاز ورودی به آند سلول سوختی هیدروژن را می‌توان مطابق معادله زیر از سلول نورالکتروشیمیایی تهیه کرد.



مورد دوم: درست.

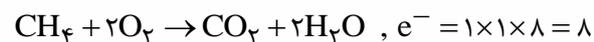


$$\frac{\frac{x}{16} \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol}} = \frac{? \text{ g H}_2\text{O}}{2 \times 18 \text{ g}} \Rightarrow ? = \frac{9}{4} x \text{ g}$$

مورد سوم: درست.



$$\frac{x \text{ g H}_2}{2 \times 2} = \frac{? \text{ mole}^-}{4} \Rightarrow ? = x$$



$$\frac{x \text{ g CH}_4}{1 \times 16} = \frac{? \text{ mole}^-}{8} \Rightarrow ? = \frac{x}{2}$$

پس در صورت مصرف جرم‌های برابر از گاز هیدروژن و گاز متان، شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول سوختی متان کمتر است.

مورد چهارم: درست. توجه کنید در سلول سوختی، الکترودهای آندی و کاتدی نقش کاتالیزگر را دارند و اکسایش یا کاهش پیدا نمی‌کنند؛ بنابراین جرم آن‌ها تغییر نمی‌کند.

کریه ۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست. از آنجا که در محلول، یون X^{3+} وجود دارد، پس هدف از آبرکاری، نشان دادن لایه‌ای از X روی Fe در کاتد است.

گزینه ۲: درست. پتانسیل اکسایش آب، کوچکتر از پتانسیل اکسایش فلز X است؛ پس مولکول‌های آب، در اطراف آند اکسایش می‌یابند.

گزینه ۳: نادرست. با اکسایش مولکول‌های آب و تولید H^+ در محلول، pH آن کاهش می‌یابد.

گزینه ۴: درست. باتوجه به این‌که تیغه X اکسایش نمی‌یابد، پس غلظت $X^{3+}_{(aq)}$ با گذشت زمان کاهش یافته و بر کیفیت آبرکاری، اثر منفی می‌گذارد.

کریه ۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



ابتدا محاسبه می‌کنیم که در سلول سوختی، چند مول الکترون تولید می‌شود:

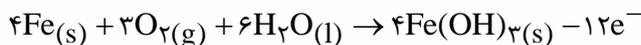
$$? \text{ mole } e^- = 1 \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{8 \text{ mole } e^-}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{100}{100} = 0.5 \text{ mole } e^-$$

$$? \text{ g } Al = 0.5 \text{ mole } e^- \times \frac{4 \text{ mol } Al}{12 \text{ mole } e^-} \times \frac{27 \text{ g } Al}{1 \text{ mol } Al} \times \frac{100}{100} = 11.25 \text{ g } Al$$

کریه ۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

معادله کلی زنگ زدن در ورقه حلبی خراشیده‌شده، همان معادله زنگ زدن آهن است:



$$3/84 \times 10^5 \text{ C} \times \frac{1e^-}{1/6 \times 10^{-19} \text{ C}} \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{4 \text{ mol } Fe(OH)_3}{12 \text{ mole } e^-} \times \frac{107 \text{ g } Fe(OH)_3}{1 \text{ mol } Fe(OH)_3} = 142/2 \text{ g } Fe(OH)_3$$

کریه ۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

نتیجه عبارت اول: قدرت کاهندگی Z از X بیشتر است و در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از آن قرار دارد.

نتیجه عبارت دوم: Z ، D و X از Cu کاهنده تر و در سری الکتروشیمیایی پایین تر از Cu قرار دارند، ولی Cu از A کاهنده تر است و در سری الکتروشیمیایی A بالاتر از Cu است.

نتیجه عبارت سوم: D کاهنده تر از A و X است و در سری الکتروشیمیایی پایین تر از آن ها قرار دارد، ولی Z پایین تر از D است.

بنابراین قدرت کاهندگی این فلزها به این شکل است: $Z > D > X > Cu > A$

۹۲ گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

بر اساس معادله انحلال پذیری در دمای 90°C داریم:

$$S = \frac{1}{3} \times 90 + 25 = 55\text{g}$$

یعنی در هر 100g آب در دمای 90°C ، 55g نمک حل می شود تا به یک محلول سیرشده برسیم. از طرفی، محلولی داریم، درصد جرمی است؛ یعنی در هر 100g از محلول آن، $37/5$ نمک حل شده است. به عبارت دیگر $37/5 - 100$ ، یعنی $62/5\text{g}$ آب و $37/5\text{g}$ نمک حل شده. حال به ازای 100g آب، مقدار نمک را به دست می آوریم:

$$\text{نمک حل شده} = 100\text{g آب} \times \frac{37/5\text{g}}{62/5\text{g آب}} = 60\text{g}$$

از آن جا که مقدار نمک حل شده، بیشتر از میزان انحلال پذیری است، پس با یک محلول فراسیرشده مواجه هستیم.

$$\text{نمک} = 240\text{g محلول} \times \frac{37/5\text{g نمک}}{100\text{g محلول}} = 240 \times \frac{3}{8} = 90\text{g نمک}$$

$$\text{نمک} = 240 - 90 = 150\text{g}$$

$$\text{نمک} = 150\text{g} \times \frac{55\text{g نمک}}{100\text{g آب}} = 82/5\text{g}$$

$$\text{رسوب} = 90 - 82/5 = 7/5\text{g}$$

۹۳ گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:

هر مول MgCl_2 ، شامل ۳ مول یون و هر مول Na_3PO_4 ، شامل ۴ مول یون است. بنابراین، می توان نوشت:

$$\frac{200 \times \frac{47/5}{100}}{95} \times 3 = \frac{x \times \frac{82}{100}}{164} \times 4 \Rightarrow x = 150\text{g}$$

محلول سدیم فسفات 150g

پاسخ تشریحی:



عبارت دوم و عبارت سوم درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:



الف) H_2O تنها ماده‌ای است که در طبیعت، به هر سه حالت جامد، مایع و گاز قابل یافت است: $H_2O(s)$ (یخ)، $H_2O(l)$ (آب)، $H_2O(g)$ (بخار آب).

ب) دقیقاً دقت کنید که با وجود قوی‌تر بودن پیوند هیدروژنی موجود در HF نسبت به H_2O ، نقطه جوش H_2O به دلیل تعداد بیشتر پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آن، بالاتر از HF است.

پ) غیر از ترکیب‌های مولکولی که بسیاری از آن‌ها در دمای اتاق به حالت مایع هستند، جیوه (Hg) هم که یک فلز است، در دمای اتاق، حالت مایع دارد. اما می‌دانید که جیوه یک عنصر است، نه یک ترکیب. Br_2 هم در دمای اتاق مایع است؛ اما این هم یک عنصر است، نه یک ترکیب. علاوه بر آن، Br_2 هم جزء مواد مولکولی است. دقت کنید که Br_2 ماده مولکولی است؛ اما اساساً یک ترکیب نیست.

ت) در بسیاری از موارد همین‌طور است؛ اما موارد نقض آن نیز وجود دارد. به‌عنوان نمونه، ید (I_2) و وازلین ($C_{25}H_{52}$)، مواد مولکولی فاقد پیوند هیدروژنی هستند؛ اما به دلیل جرم مولی بسیار زیادی که دارند، نیروی وان‌دروالسی میان مولکول‌های آن‌ها به قدری قوی است که نقطه جوش بالاتری نسبت به آب دارند.

پاسخ تشریحی:



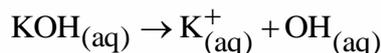
$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 200 = \frac{\text{جرم KOH}}{28g} \times 10^6$$

$$\text{جرم KOH} = \frac{200 \times 28}{10^6} = \frac{5600}{10^6} = 0.0056g$$

$$\text{جرم مولی KOH} = 39 + 16 + 1 = 56 \frac{g}{mol}$$

$$\text{مول KOH} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{0.0056g}{56 \frac{g}{mol}} = 0.0001 mol = 10^{-4} mol$$

پتاسیم هیدروکسید در آب به‌طور کامل به یون‌های سازنده‌اش تفکیک می‌شود:



مطابق معادله، به‌ازای هر یک مول KOH، یک مول یون OH^- تولید می‌شود. بنابراین:

$$OH^- \text{ مول} = KOH \text{ مول} = 10^{-4} mol$$



صورت صحیح موارد نادرست هر ردیف، به صورت زیر مشخص شده است:

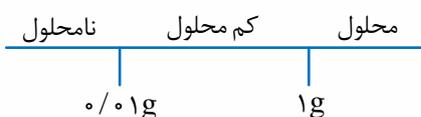
ردیف	نام	فرمول	ساختار لوویس	قطبی یا ناقطبی	بار جزئی اتم مرکزی
I	نیتريت	NO_2^-		قطبی	+δ
II	کربونیل سولفید	SCO		قطبی	+δ
III	دی نیتروژن مونوکسید	N_2O		قطبی	+δ
IV	فرمات	HCOO^-		قطبی	+δ



الف) درست. MgSO_4 در آب حل می شود، CaSO_4 کم محلول و BaSO_4 نامحلول است.



نکته: مواد برحسب میزان انحلال پذیری در ۱۰۰ گرم آب، به ۳ دسته تقسیم می شوند:



ب) درست. H_2S به دلیل جرم مولی بیشتر از HCl ، نقطه جوش بالاتری دارد؛ ولی HCl و PH_3 ، جرم مولی مشابهی دارند. HCl قطبی تر است و نقطه جوش بالاتری دارد.

پ) درست. تفاوت خصلت نافلزی اتم های O و H ، بیشتر از اتم های O و N است؛ پس گشتاور دوقطبی مولکول H_2O ، بیشتر از NO_2 است. مولکول CS_2 نیز ناقطبی است و گشتاور دوقطبی آن، برابر صفر است.

کریه ۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



ابتدا معادله خط را با توجه به نقاط داده شده در نمودار به دست می آوریم:

$$S = m\theta + b$$

$$m = \frac{25 - 30}{40 - 30} = -0.5$$

$$S = -0.5\theta + b \Rightarrow 30 = -0.5(30) + b \Rightarrow b = 4$$

اکنون انحلال پذیری نمک را در دمای 10°C به دست می آوریم.

با توجه به نمودار در دمای 40°C ، جرم محلول سیرشده، برابر ۱۲۵ گرم و در دمای 10°C ، برابر ۱۴۰ گرم است؛ پس با سرد کردن محلول می توان ۱۵ گرم دیگر نمک را حل کرد.

$$\frac{15}{140} = \frac{?}{56} \Rightarrow ? = 6\text{g}$$

بنابراین ۶ گرم نمک دیگر می توان افزود.

کریه ۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



مطابق صفحه ۱۱۷ کتاب درسی درست است. اسمز یک فرآیند خودبه خودی است و در پدیده هایی مثل چروکیدگی شدن خیارشور نقش دارد.

کریه ۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ تشریحی:



حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی یکسان و یکنواخت یعنی محلول که فقط روغن زیتون در بنزین محلول است. ترکیب $(\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COO})_2\text{Mg}$ یک رسوب است.



پاسخنامه کلیدی - درس شیمی

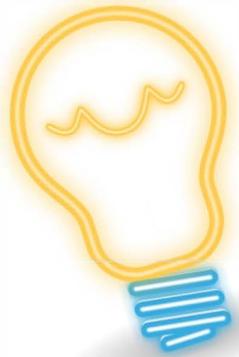
۸۱	-۲	۹۱	-۴
۸۲	-۳	۹۲	-۳
۸۳	-۳	۹۳	-۴
۸۴	-۱	۹۴	-۳
۸۵	-۲	۹۵	-۳
۸۶	-۳	۹۶	-۱
۸۷	-۳	۹۷	-۴
۸۸	-۳	۹۸	-۲
۸۹	-۳	۹۹	-۱
۹۰	-۴	۱۰۰	-۱

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور



join us ...