

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله چهارم

پایه دهم

۱۴۰۴/آبان/۱۶

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دهم
ریاضی (۱)	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	فصل ۱ و ۲ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۳۵
هندسه (۱)	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ صفحه ۹ تا ۲۷
فیزیک (۱)	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ و ۲ (تا ابتدای فشارسنج هوا (بارومتر)) صفحه ۱ تا ۳۷
شیمی (۱)	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه	فصل ۱ (تا ابتدای توزیع الکترون ها در لایه ها و زیرلایه ها) صفحه ۱ تا ۲۷
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
ریاضی (۱)	طراحان: کوروش اسلامی - عادل حسینی - مصطفی دیداری - محمدرضا راسخ محمد گودرزی - حسین نادری - جهانبخش نیکنام کارشناس علمی: فرشاد حسن زاده - سجاد داوطلب	عادل حسینی
هندسه (۱)	طراح: کیوان صارمی کارشناس علمی: امیرحسین ابومحبوب	کیوان صارمی
فیزیک (۱)	طراحان: علیرضا جباری - مسعود خندانی - علیرضا عبداللہی - رضا سبزمیدانی محمدرضا یاری کارشناس علمی: علیرضا جباری - سعید محبی	رضا سبزمیدانی - علیرضا جباری
شیمی (۱)	طراحان: معصومه سعیدی - پارسا طاهری منزہ - وحید فارسیان کارشناس علمی: رامین رزمجو	یاسر عبداللہی - وحید فارسیان

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

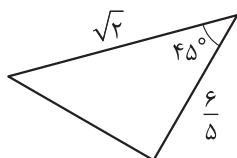
دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایر کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور، سراسری طراحی می شود.



ریاضی دهم

۱- حاصل عبارت $\sqrt{3}(\cot 30^\circ - \sin 60^\circ) - \sqrt{2} \cos 45^\circ$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $-\frac{1}{2}$



۲- مساحت مثلث شکل مقابل، کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) $0/4$

۳- برای هر $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، بازه A_i به صورت $A_i = [-i, \frac{5-i}{3}]$ تعریف می‌شود. حاصل $A_2 \cap A_4$ کدام است؟

- (۱) $[-2, \frac{1}{3}]$ (۲) $[-2, 0]$ (۳) $[-1, \frac{1}{3}]$ (۴) $[-1, 0]$

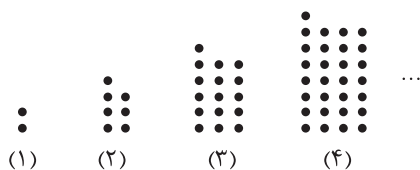
۴- مجموعه $B = \{x \in A \mid 2 - 3x^2 > 0\}$ متناهی و ناتهی است. مجموعه A کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\mathbb{Q}'$ (۲) $\mathbb{Q}$ (۳) $\mathbb{Z}$ (۴) $\mathbb{N}$

۵- اگر $n(A \cup B) = 38$ و $n(A - B) = n(B) - 8$ و $n(A \cap B) = 8$ باشد، حاصل $n(B) - n(A)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۶- با توجه به الگوی شکل‌های زیر، در شکل دهم چند دایره کوچک داریم؟



- (۱) ۱۹۱ (۲) ۱۹۲ (۳) ۱۹۳ (۴) ۱۹۴

۷- در یک دنباله با جمله عمومی t_n ، برای هر $n \geq 2$ داریم: $t_n = 2t_{n-1} - 3$ ، اگر $t_1 = 4$ باشد، حاصل $t_6 - t_5$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۸- دنباله بازگشتی a_n به صورت $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ تعریف می‌شود که در آن $a_1 = a_2 = 2$ است. اگر مجموع

۱۱۹ جمله اول این دنباله به صورت $a_m - k$ نوشته شود، حاصل $\sqrt[k]{m}$ کدام است؟ (m و k طبیعی هستند.)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۹- اولین جمله مثبت دنباله حسابی $127,000, -131, -$ ، چندمین جمله آن است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۴ (۴) ۳۵

۱۰- ۱۲۰ قرص را بین ۵ نفر چنان تقسیم می‌کنیم که سهم‌های دریافت‌شده تشکیل دنباله حسابی بدهند. اگر مجموع دو سهم بزرگ‌تر با مجموع سه سهم کوچک‌تر برابر باشد، بزرگ‌ترین سهم چند برابر کوچک‌ترین سهم است؟

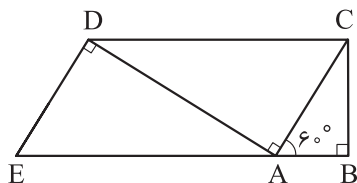
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۱- در یک دنباله هندسی غیر ثابت، نسبت مجموع دو جمله اول به مجموع دو جمله دوم، برابر مقدار جمله اول است. در این دنباله، جمله سوم کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

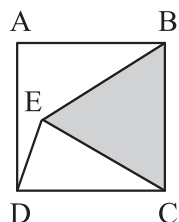
۱۲- جمله عمومی یک دنباله حسابی با جملات طبیعی، a_n است. اگر مقادیر $a_1, a_3, a_5 + 3$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶



۱۳- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل مقابل، طول AE چند برابر طول AB است؟

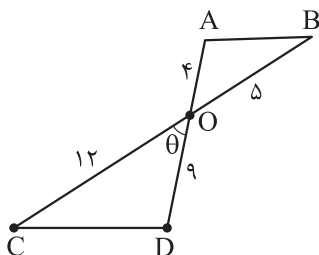
- (۱) ۳ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۴



۱۴- در مربع شکل مقابل، مثلث BCE متساوی‌الاضلاع است. مقدار $\cot \hat{ADE}$ کدام است؟

- (۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ (۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2 - \sqrt{2}}$

۱۵- مجموع مساحت‌های دو مثلث AOB و COD در شکل زیر برابر ۴۰ است. $\sin \theta$ کدام است؟



$$\frac{5}{16} \quad (1)$$

$$\frac{20}{59} \quad (2)$$

$$\frac{20}{37} \quad (3)$$

$$\frac{5}{8} \quad (4)$$

۱۶- مساحت یک ۱۲ضلعی منتظم که در دایره‌ای به شعاع $\sqrt{3}$ محاط شده است، کدام است؟

$$\frac{18}{2-\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{9}{2-\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$18 \quad (1)$$

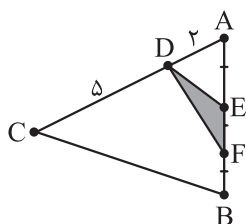
۱۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، ساده‌شده عبارت $\frac{4 \sin \hat{A} + \cos \hat{B}}{3 \tan \hat{A} - 8 \cot \hat{B}}$ کدام است؟

$$\sin \hat{A} \quad (4)$$

$$-\sin \hat{A} \quad (3)$$

$$\cos \hat{A} \quad (2)$$

$$-\cos \hat{A} \quad (1)$$



۱۸- در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث DEF است؟

$$\frac{15}{2} \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$\frac{21}{2} \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

۱۹- حاصل ضرب ۲۰ جمله اول یک دنباله هندسی با جملات مثبت برابر $3^{210} \times 2^{250}$ است. اگر جمله دوم این دنباله ۱۴۴ باشد، جمله اول چند برابر قدرنسبت است؟

$$2 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

۲۰- دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{3n-1}{2n-7}$ مفروض است. جمله عمومی جملات مثبت دنباله a_n کدام است؟

$$b_n = \frac{3n+5}{2n+1} \quad (4)$$

$$b_n = \frac{3n+8}{2n-1} \quad (3)$$

$$b_n = \frac{3n-1}{2n-7} \quad (2)$$

$$b_n = \frac{3n+7}{2n+1} \quad (1)$$

هندسه دهم

۲۱- چند مورد از چهارضلعی‌های زیر به صورت منحصر به فرد رسم می‌شوند؟

- متوازی‌الاضلاع به قطر ۶ و ۸
- مربع به قطر ۳
- مستطیل به قطر ۶
- لوزی به قطر ۶ و ضلع ۸

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۲- پاره خط AB به طول ۱۰ سانتی‌متر در صفحه مختصات مفروض است، چند نقطه متمایز مانند C در این صفحه می‌توان یافت که فاصله آن از رأس A ، ۴ سانتی‌متر و مساحت مثلث ABC ، ۲۰ سانتی‌متر مربع باشد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

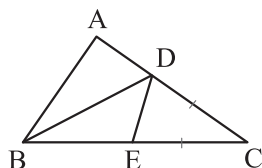
۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($B = 90^\circ$)، به طول ضلع $AB = 5$ ، نقطه E روی ضلع AC ، نزدیک به رأس A قرار دارد، به طوری که عمود منصف پاره خط AE از رأس B می‌گذرد و $AE = 6$ است. اگر نیمساز زاویه EBC ، ضلع AC را در نقطه D قطع کند، طول ED کدام است؟

۱ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۱/۷۵ (۴)

۲۴- نیمسازهای خارجی زوایای B و C از مثلث ABC ، با یکدیگر زاویه 45° می‌سازند. اگر $AC = 9/6$ و $BC = 12$ باشد، برای رسم عمود منصف ضلع AB ، باید دهانه پُرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

۳/۲ (۱) ۳/۴ (۲) ۳/۶ (۳) ۳/۸ (۴)

۲۵- در شکل زیر، نیمساز زاویه B ، ضلع AC را در نقطه D قطع کرده و $CD = CE$ است. اگر $\hat{BDE} = 46^\circ$ باشد، زاویه A ، چند درجه است؟



۸۲° (۱)

۸۶° (۲)

۹۲° (۳)

۱۰۸° (۴)

۲۶- از هر رأس مثلث ABC ، خطی به موازات ضلع مقابل آن رأس رسم می‌کنیم تا از نقاط برخورد خطوط، مثلث MNP به وجود آید. فاصله کدام نقطه از مثلث ABC از سه رأس مثلث MNP همواره یکسان است؟

(۱) تلاقی سه ارتفاع (۲) تلاقی سه میانه

(۳) تلاقی سه نیمساز (۴) تلاقی سه عمود منصف

محل انجام محاسبات

۲۷- فاصله نقطه برخورد نیمساز بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه داخلی یک مثلث، از ضلع متوسط آن ۲ واحد است. اگر محیط این مثلث ۱۲ واحد باشد، مساحت آن چند واحد سطح است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۱۸ (۴) ۹

۲۸- برای کدام گزینه می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

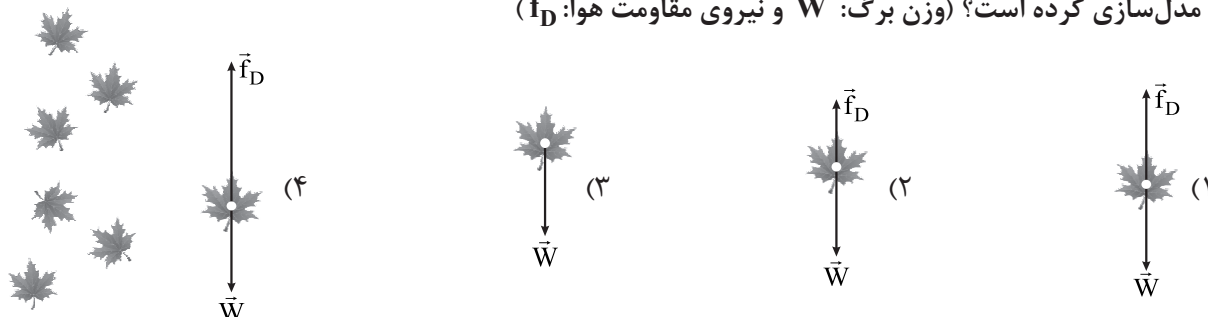
- (۱) هر زاویه خارجی مثلث، از هر زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.
 (۲) نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی هر مثلث، همواره داخل مثلث قرار دارد.
 (۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه رو به ضلع کوچک‌تر.
 (۴) در هر مثلث طول میانه وارد بر یک ضلع همواره بزرگ‌تر از طول ارتفاع وارد بر همان ضلع است.
- ۲۹- در مثلث ABC ، نیمساز داخلی زاویه A ، ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟
- (۱) $AB > BD$ (۲) $AD > BD$ (۳) $AB > AD$ (۴) $BD > AD$

۳۰- در چهارضلعی $ABCD$ ، اگر $AB = ۶$ ، $BC = ۳$ ، $CD = ۷$ و $AD = ۸$ باشد، چند مقدار صحیح برای اندازه قطر BD وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

فیزیک دهم

۳۱- شکل زیر، سقوط برگ درختی را به طرف زمین نشان می‌دهد. کدام گزینه، حرکت برگ درخت به طرف زمین را بهتر مدل‌سازی کرده است؟ (وزن برگ: $\vec{W}$ و نیروی مقاومت هوا: $\vec{f}_D$)



۳۲- در کدام گزینه، همهٔ کمیت‌های مطرح‌شده جزء کمیت‌های اصلی بوده و یکای آن‌ها در SI به درستی بیان شده است؟

(۱) مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)، دما (یکا: درجهٔ سلسیوس)

(۲) مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، نیرو (یکا: نیوتون)، دما (یکا: درجهٔ سلسیوس)

(۳) مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)، دما (یکا: کلوین)

(۴) مقدار ماده (یکا: مول)، نیرو (یکا: نیوتون)، دما (یکا: کلوین)

۳۳- اگر از هر هکتار زمین کشاورزی 6 kg زعفران برداشت شود، از زمینی به مساحت $6 \times 10^3 \text{ m}^2$ چند مثقال زعفران برداشت می‌شود؟ (هر مثقال را تقریباً معادل $4/5$ گرم فرض کنید.)

۱۶۲ (۴)

۱۶۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

۳۴- در رابطهٔ فرضی $\frac{3A}{2E} = \frac{B+C}{D}$ ، کمیت A برحسب ژول (J)، D برحسب مربع ثانیه (s^2) و E برحسب متر (m) است. در این صورت، یکای کمیت B در SI کدام است؟

$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (۴)

$\text{kg} \cdot \text{m}^2$ (۳)

$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (۲)

$\text{kg} \cdot \text{m}$ (۱)

۳۵- مقدار $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\mu\text{s}^2}$ ، 263×10^2 ، معادل چند $\frac{\text{Mg} \cdot \text{mm}}{\text{ns}^2}$ است؟

$2/63 \times 10^{-2}$ (۲)

$2/63 \times 10^2$ (۱)

$2/63 \times 10^{-4}$ (۴)

$2/63 \times 10^4$ (۳)

۳۶- اگر هر اینچ تقریباً برابر با 2.5 cm و هر فوت برابر با ۱۲ اینچ باشد، مساحت دایره‌ای به شعاع 40 ft برحسب سانتی‌متر مربع کدام است؟ ($\pi = 3$)

$$\begin{array}{ll} (1) & 4 / 32 \times 10^4 \\ (2) & 4 / 32 \times 10^6 \\ (3) & 14 / 4 \times 10^4 \\ (4) & 1 / 44 \times 10^6 \end{array}$$

۳۷- دقت یک ابزار مدرج اندازه‌گیری طول، $1 \text{ mm} / 0$ است. کدام گزینه می‌تواند اندازه گزارش شده توسط این ابزار باشد؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 1 / 123 \text{ متر} \\ (2) & 2 / 86 \text{ دسی‌متر} \\ (3) & 12 / 04 \text{ کیلومتر} \\ (4) & 2 / 65 \text{ سانتی‌متر} \end{array}$$

۳۸- یک قطعه فلز به حجم 50 cm^3 و جرم 200 g را با چند سانتی‌متر مکعب از چوبی به چگالی 5 g / cm^3 به هم متصل نماییم تا مجموعه، در داخل آب به چگالی 1 g / cm^3 غوطه‌ور بماند؟

$$\begin{array}{llll} (1) & 100 & (2) & 200 \\ (3) & 300 & (4) & 400 \end{array}$$

۳۹- می‌خواهیم با استفاده از فلزی به چگالی 4500 kg / m^3 کره‌ای توخالی درست کنیم. اگر شعاع داخلی کره 4 cm و ضخامت پوسته فلزی آن 2 cm باشد، جرم فلز به کاررفته، چند گرم است؟ ($\pi = 3$)

$$\begin{array}{llll} (1) & 5742 & (2) & 2736 \\ (3) & 940 & (4) & 710 \end{array}$$

۴۰- درون یک لیتر الکل، چند سانتی‌متر مکعب آب بریزیم تا چگالی مخلوط، ۱۵ درصد کم‌تر از چگالی آب شود؟ (چگالی آب و الکل به ترتیب 1 g / cm^3 و 0.8 g / cm^3 است.)

$$\begin{array}{ll} (1) & \frac{50}{3} \\ (2) & \frac{100}{3} \\ (3) & \frac{500}{3} \\ (4) & \frac{1000}{3} \end{array}$$

۴۱- شعاع کره توپر A، ۲۰ درصد بیشتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A، ۷۶ درصد کم‌تر از جرم کره B باشد، چگالی کره A چند برابر چگالی کره B است؟

$$\begin{array}{llll} (1) & \frac{5}{36} & (2) & \frac{25}{36} \\ (3) & \frac{5}{6} & (4) & \frac{25}{6} \end{array}$$

۴۲- حالت چند مورد از مواد مطرح شده در سطر زیر، پلاسما است؟

«ماده درون ستارگان – آذرخش – شفق‌های قطبی – آتش»

$$\begin{array}{llll} (1) & 1 & (2) & 2 \\ (3) & 3 & (4) & 4 \end{array}$$

۴۳- یک گیره فلزی روی سطح آب به حالت شناور قرار دارد. اگر دمای آب را به میزان قابل ملاحظه‌ای بالا ببریم، گیره زیرا

- (۱) هم‌چنان روی سطح آب باقی می‌ماند - کشش سطحی آب افزایش می‌یابد
- (۲) درون آب فرو می‌رود - کشش سطحی آب کاهش می‌یابد
- (۳) هم‌چنان روی سطح آب باقی می‌ماند - کشش سطحی آب کاهش می‌یابد
- (۴) درون آب فرو می‌رود - کشش سطحی آب افزایش می‌یابد

۴۴- از مشاهده آزمایش مقابل، به کدام نتیجه می‌توان دست یافت؟



- (۱) در سطح مایعات، کشش سطحی وجود دارد.
- (۲) فشار هوا سبب پایین رفتن مایع درون لوله موئین شده است.
- (۳) بزرگی نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله است.
- (۴) بزرگی نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع کمتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله است.

۴۵- حالت یک ماده به اندازه نیروی بین ذره‌های آن و بستگی دارد.

- (۱) الکتریکی - انرژی درونی جسم
- (۲) گرانشی - انرژی درونی جسم
- (۳) گرانشی - چگونگی حرکت ذره‌های سازنده
- (۴) الکتریکی - چگونگی حرکت ذره‌های سازنده

۴۶- مطابق شکل، درب یک قابلمه معمولی به جرم 150g و سطح مقطع 250cm^2 ، جلوی خروج بخار آب درون قابلمه را می‌گیرد. فشار پیمانه‌ای بخار آب درون قابلمه حداکثر تا چند پاسکال می‌تواند بالا برود، بدون آن‌که درب قابلمه از جای خود تکان بخورد؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



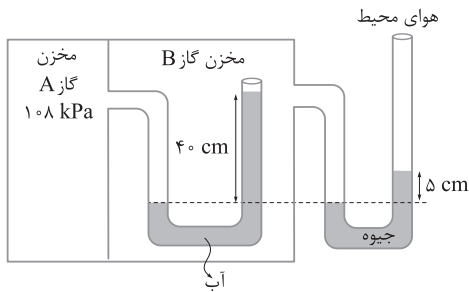
- (۱) ۴۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۴۰۰
- (۴) ۶۰۰

۴۷- درون یک ظرف مکعبی شکل به ضلع 20 cm ، $3/4\text{ kg}$ از مایعی به چگالی $7/1\text{ g/cm}^3$ می‌ریزیم. فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\text{ g/cm}^3$ و $g = 10\text{ N/kg}$)

- (۱) $\frac{7}{9}$
- (۲) $\frac{7}{8}$
- (۳) $\frac{5}{7}$
- (۴) $\frac{5}{8}$

۴۸- در شکل زیر، اگر فشار گاز در مخزن A، 108 kPa باشد، فشار هوای محیط چند پاسکال است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



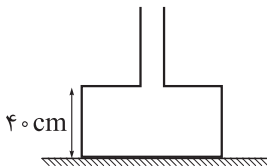
(۱) ۱۰۴۰۰۰

(۲) ۹۷۲۰۰

(۳) ۱۰۲۰۰۰

(۴) ۹۸۴۰۰

۴۹- درون ظرفی مطابق شکل که مساحت دهانه و کف آن به ترتیب 10 cm^2 و 50 cm^2 است، $2/5 \text{ L}$ از مایعی به چگالی $1/2 \text{ g/cm}^3$ می‌ریزیم. اگر فشار هوای محیط 10^5 Pa باشد، نیروی وارد بر کف ظرف، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و دهانه ظرف به اندازه کافی بلند است.)



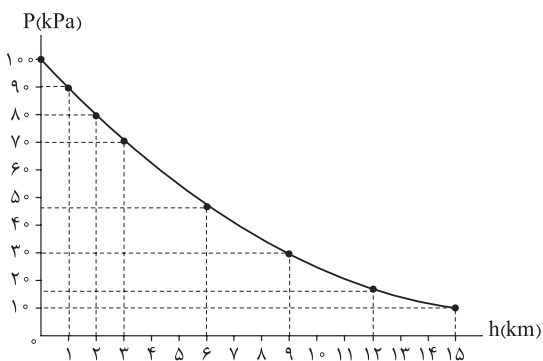
(۱) ۵۴

(۲) ۵۳۰

(۳) ۵۵۴

(۴) ۱۰۴۰

۵۰- مطابق شکل یک فشارسنج هوا (بارومتر)، در آزمایشگاهی قرار دارد. با توجه به نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین، ارتفاع این آزمایشگاه از سطح دریا تقریباً چند کیلومتر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3$)

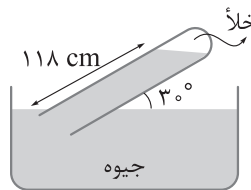


(۱) ۶

(۲) ۳

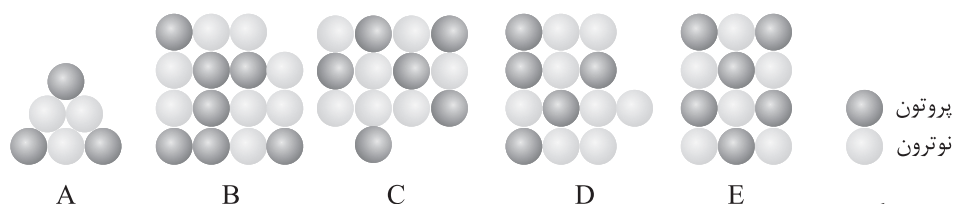
(۳) ۲

(۴) ۱



شیمی دهم

۵۱- با توجه به شکل زیر که مربوط به هسته اتم چند عنصر است، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) اتم‌های C و E ایزوتوپ یکدیگرند.
(۲) بین دو عنصر A و E در جدول دوره‌ای، ۳ عنصر دیگر قرار دارد.
(۳) اتم D می‌تواند یک رادیوایزوتوپ باشد.
(۴) جرم اتمی B، به تقریب ۱/۲۵ برابر جرم اتمی E است.

۵۲- با توجه به جدول داده‌شده، کدام گزینه نادرست است؟

نماد ایزوتوپ ویژگی ایزوتوپ	3_2X	4_2X	5_2X	6_2X	7_2X	8_2X	9_2X	${}^{10}_2X$
نیم‌عمر	پایدار	پایدار	7×10^{-22} ثانیه	$8/1 \times 10^{-1}$ ثانیه	$2/9 \times 10^{-21}$ ثانیه	$1/2 \times 10^{-1}$ ثانیه	7×10^{-21} ثانیه	$2/7 \times 10^{-21}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۰/۰۰۰۱	۹۹/۹۹۹۹	(ساختگی)	(ساختگی)	(ساختگی)	(ساختگی)	(ساختگی)	(ساختگی)

- (۱) یک نمونه طبیعی از عنصر X، مخلوطی از دو ایزوتوپ است.
(۲) عنصر X، مانند منیزیم دارای ایزوتوپی است که شمار پروتون‌ها و نوترون‌های آن برابر است.
(۳) در بین ایزوتوپ‌های ساختگی عنصر X، ایزوتوپی که شمار نوترون‌های آن سه برابر شمار پروتون‌هایش است، پایدارتر از دیگر ایزوتوپ‌ها است.
(۴) در سبک‌ترین ایزوتوپ عنصر X، مانند سبک‌ترین ایزوتوپ عنصر هیدروژن، شمار نوترون‌ها کم‌تر از شمار پروتون‌ها است.

۵۳- کدام موارد درباره ویژگی‌های جدول تناوبی درست است؟

- (الف) برای هر عنصر در جدول، نماد شیمیایی، عدد اتمی و عدد جرمی نشان داده شده است.
(ب) آخرین عنصر این جدول، دارای ۲۳۶ ذره زیراتمی باردار است.
(پ) با پیمایش هر دوره از چپ به راست، خواص عناصرها به طور مشابه تکرار می‌شود، از این‌رو، جدول تناوبی عناصرها نامیده می‌شود.
(ت) ۲۶ عنصر آن در طبیعت وجود ندارند و عدد اتمی همه آن‌ها از عدد اتمی عناصر موجود در طبیعت بیشتر است.
- (۱) الف - ت (۲) ب - پ (۳) ب - پ - ت (۴) الف - ب - پ

- ۵۴- از کدام ایزوتوپ اورانیم (^{238}U) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود؟
- (۱) فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی آن
(۲) سبک‌ترین ایزوتوپ پرتوزا و ساختگی آن
(۳) ایزوتوپ طبیعی آن با ۱۴۳ نوترون
(۴) سنگین‌ترین ایزوتوپ آن

۵۵- درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) کار با یکای جرم اتمی در آزمایشگاه و در عمل، ناممکن است.
(۲) جرم اتمی ایزوتوپ کربن - ۱۲، $\frac{1}{12}$ یکای جرم اتمی است.
(۳) یک ترازو فقط جرم اجسامی را می‌تواند تعیین کند که جرم آن‌ها از دقت ترازو بیشتر یا با آن برابر باشد.
(۴) در عنصری با دو ایزوتوپ، جرم اتمی میانگین، به جرم اتمی ایزوتوبی با درصد فراوانی بیشتر، نزدیک‌تر است.

۵۶- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر، به ترتیب کدام است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Mg} = 24: \text{g.mol}^{-1}$)

- جرم اتمی ^1H ، اندکی بیشتر از ۱ amu است.
- نماد سه ذره زیراتمی الکترون، پروتون و نوترون را به ترتیب می‌توان به صورت $^0_0\text{e}^-$ ، $^1_1\text{p}^+$ و ^1_0n نشان داد.
- شمار مول‌ها در ۶ گرم منیزیم با شمار مول‌ها در ۱۰ گرم کلسیم برابر است.
- در یک نمونه یک گرمی از ایزوتوپ ^1H ، به تقریب 6.02×10^{23} اتم وجود دارد.

- (۱) درست - درست - نادرست
(۲) درست - نادرست - نادرست
(۳) نادرست - نادرست - درست
(۴) درست - نادرست - درست

۵۷- اگر در شکل زیر، به جای وزنه قرار گرفته بر روی ترازو، سنگین‌ترین ایزوتوپ پایدار هیدروژن قرار گیرد، چه تعداد الکترون، جرمی معادل جرم آن را خواهند داشت؟ (عدد جرمی را معادل جرم اتمی در نظر بگیرید.)



- (۱) ۲۰۰۰
(۲) ۳۰۰۰
(۳) ۴۰۰۰
(۴) ۶۰۰۰

۵۸- با توجه به داده‌های جدول که مربوط به سه ایزوتوپ عنصر A است، مقدار جرم اتمی ایزوتوپ A' (x) کدام است؟

جرم اتمی میانگین	فراوانی	جرم اتمی (amu)	اتم
$\frac{36}{8}$	$\frac{3}{5}a$	۳۶	A (سبک‌ترین ایزوتوپ)
	a	x	A'
	$\frac{0}{5}a$	$\frac{40}{2}$	A''

- (۱) $\frac{36}{4}$ (۲) $\frac{37}{5}$ (۳) $\frac{37}{9}$ (۴) $\frac{38}{2}$

۵۹- اگر در ۹۶ گرم از ترکیبی با فرمول AO_2 ، $2/709 \times 10^{24}$ اتم وجود داشته باشد، جرم مولی عنصر A کدام است؟
($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴)

۶۰- میانگین جرم هر اتم X، در حدود $2/33 \times 10^{-23} \text{ g}$ است. اگر جرم مولی را به تقریب برابر با عدد جرمی در نظر بگیریم، با فرض یکسان بودن شمار ذرات زیراتمی درون هسته، اتم X کدام عنصر می تواند باشد؟

- $_{16}S$ (۴) $_{14}Si$ (۳) $_8O$ (۲) $_7N$ (۱)

۶۱- ۳۴/۵ میلی لیتر اتانول (C_2H_5O) با چگالی $0/8 \text{ g.mL}^{-1}$ ، شامل چند مول از آن است؟
($O = 16, C = 12, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- $0/8$ (۴) $0/6$ (۳) $0/4$ (۲) $0/2$ (۱)

۶۲- در جرم یکسان، شمار مولکولها در کدام مورد زیر، بیشتر است؟
($S = 32, O = 16, C = 12, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- CH_4O (۴) CSO (۳) O_3 (۲) SO_2 (۱)

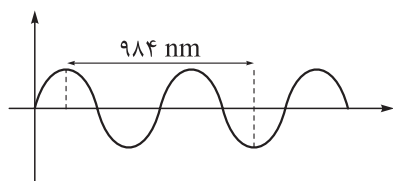
۶۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) نور خورشید با عبور از قطره های آب موجود در هوا تجزیه شده و گستره ای گسسته از رنگها را ایجاد می کند.
(۲) از روی رنگ شعله بسیاری از نمکها، می توان به وجود عنصرهای فلزی و نافلزی در آنها پی برد.
(۳) به کمک دستگاه طیف سنج، می توان دمای خورشید را اندازه گیری کرد.
(۴) اگر ترکیبی در شعله رنگ سرخ ایجاد کند، آن ترکیب قطعاً دارای عنصر لیتیم است.

۶۴- کدام مقایسه به درستی انجام نشده است؟

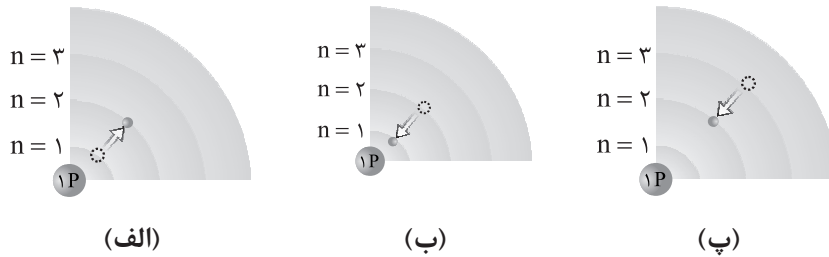
- (۱) طول موج نور: نیلی < زرد < آبی
(۲) انرژی: ریزموجها > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس
(۳) طول موج: امواج رادیویی < پرتوهای فروسرخ < پرتوهای گاما
(۴) انرژی نور: سرخ > نارنجی > بنفش

۶۵- با توجه به شکل زیر که یک پرتو الکترومغناطیس را نشان می دهد، کدام گزینه درست است؟



- (۱) این پرتو با چشم انسان قابل مشاهده نیست.
(۲) میزان زاویه شکست این پرتو پس از عبور از منشور، بیشتر از زاویه شکست نور سبزرنگ است.
(۳) می تواند مربوط به نوار رنگی با کمترین انرژی در طیف نشری خطی اتم هیدروژن باشد.
(۴) انرژی نور نشرشده در رنگ شعله مس (II) کلرید، کمتر از انرژی این پرتو الکترومغناطیس است.

۶۶- با توجه به شکل‌های زیر، کدام گزینه درست است؟



۱) محدوده‌های پرنگ در ساختارهای لایه‌ای نشان داده شده، بخش‌هایی هستند که احتمال حضور الکترون تنها در آن نقاط وجود دارد.

۲) شکل‌های (ب) و (پ)، بازگشت الکترون به حالت پایه اتم هیدروژن را نشان می‌دهند.

۳) انرژی مبادله‌شده در انتقال‌های (الف) و (ب) با یکدیگر برابر بوده و بیشتر از انرژی مبادله‌شده در انتقال (پ) است.

۴) طول موج نور مرئی نشرشده در انتقال الکترونی (ب)، کوتاه‌تر از طول موج نور نشرشده در انتقال الکترونی (پ) است.

۶۷- با توجه به شکل‌های زیر، در کدام گزینه دماهای نسبت داده‌شده به شکل‌ها درست است؟



(شعله شمع)
(a)

(سشوار)
(b)

(شعله آبی رنگ اجاق گاز)
(c)

۱) a: 175°C ; b: 275°C ; c: 80°C

۲) a: 80°C ; b: 175°C ; c: 275°C

۳) a: 175°C ; b: 80°C ; c: 275°C

۴) a: 80°C ; b: 275°C ; c: 175°C

۶۸- کدام گزینه درست است؟

۱) رنگ شعله فلزهایی که در یک گروه از جدول دوره‌ای قرار دارند، یکسان است.

۲) انرژی و ماده در نگاه ماکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی و در نگاه میکروسکوپی، پیوسته به نظر می‌رسند.

۳) در مدل اتمی بور، دادوستد انرژی هنگام انتقال الکترون بین مدارها، کوانتومی است.

۴) انرژی الکترون‌ها در اتم با فاصله آن‌ها از هسته، رابطه معکوس دارد.

۶۹- کدام موارد زیر درباره طیف نشری خطی اتم هیدروژن، درست است؟

(الف) به کمک مدل اتمی بور می توان آن را توجیه کرد.

(ب) همانند طیف نشری خطی اتم لیتیم، دارای چهار خط یا نوار طیفی در گستره امواج الکترومغناطیس است.

(پ) نوار آبی رنگ در این طیف ناشی از انتقال الکترونی از لایه چهارم به حالت پایه است.

(ت) نوارهای رنگی این طیف با افزایش طول موج پرتوها، از یکدیگر دور تر می شوند.

(۱) الف - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) الف - ت

۷۰- درستی یا نادرستی کدام گزینه با درستی یا نادرستی عبارت زیر، متفاوت است؟

«پرتویی با طول موج ۲۰۰ نانومتر می تواند از نوع پرتوهای فرابنفش باشد.»

(۱) اتم در حالت برانگیخته نسبت به اتم در حالت پایه، پایداری و انرژی کمتری دارد.

(۲) انرژی لایه ها و تفاوت انرژی میان آنها در اتم عنصرهای گوناگون، متفاوت است.

(۳) هر چه عدد اتمی یک عنصر بزرگ تر باشد، تعداد کل خطوط در طیف نشری خطی آن بیشتر است.

(۴) کاربرد طیف های نشری خطی از برخی جنبه ها مانند کاربرد خطنماد (بارکد) روی جعبه یا بسته مواد غذایی است.



پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۲:۳۰ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

دانشود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشتی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

سازمان پیش آموزش کشور

حکومت
سینج

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی



آکا

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



زبختار

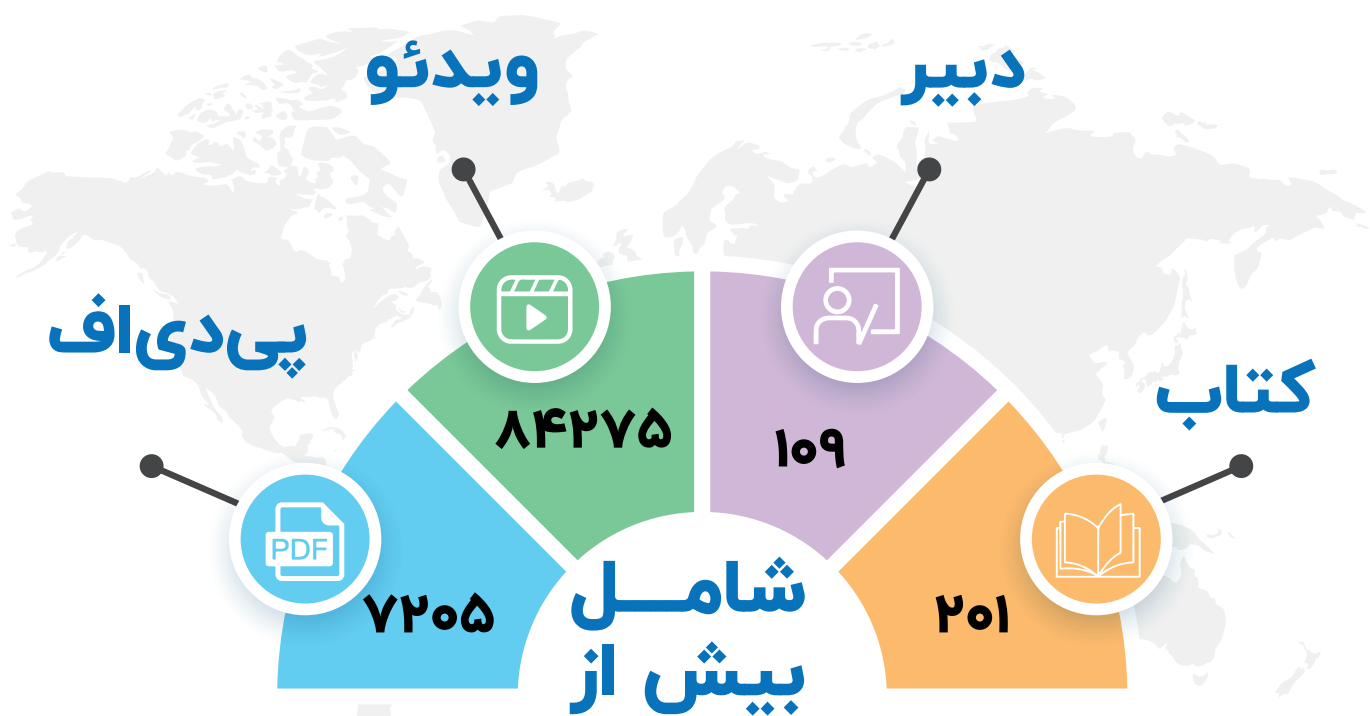


join us ...



مُنیاز اولین نشر آنلاین کنکور کشور

از سال ۹۷ تا کنون



برترین دبیران کنکور کشور در نشر آنلاین مُنیاز

<https://www.moniaz.ir>



باسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

دانشگاه ریاضی

مرحله چهارم

پایه دهم

۱۶ / آبان / ۱۴۰۴

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	کوروش اسلامی - عادل حسینی - مصطفی دیداری - محمدرضا راسخ - محمد گودرزی حسین نادری - جهانیش نیکتام
هندسه (۱)	کیوان صارمی
فیزیک (۱)	علیرضا جباری - مسعود خندانی - رضا سبزمیدانی - علیرضا عبداللہی - محمدرضا یاری
شیمی (۱)	معصومه سعیدی - پارسا طاهری منزہ - وحید فارسیان

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	عادل حسینی	عادل حسینی	عادل حسینی	فرشاد حسن زاده سجاد داوطلب	محمد مهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی علیرضا کاظمی بقا
هندسه (۱)	کیوان صارمی	کیوان صارمی	فرزانه خاکپاش	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	مریم گلی حسنلو	علیرضا جباری سعید محبی	مسعود خندانی محمد ساده پوریا علاقه مند امیر محمودی انزلی
شیمی (۱)	یاسر عبداللہی	وحید فارسیان	معصومه سعیدی	رامین رزمجو	یلدا رزاق زاده پارسا مرادی مهدیس محبت پناه

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه دهمی های ۱۴۰۴



آزمون آزمایشی خلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی الهه صفری - زهرا صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - مهرآسا قدیری نادره نازآوری - ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



حاصل عبارت $\sqrt{3}(\cot 30^\circ - \sin 60^\circ) - \sqrt{2} \cos 45^\circ$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

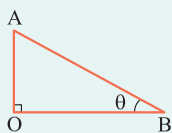
صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه

درس Box

در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت‌های مثلثاتی زوایای داخلی مثلث به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{OA}{AB}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{OB}{AB}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{OA}{OB} \\ \cot \theta &= \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{OB}{OA} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Rightarrow \tan \theta \times \cot \theta = 1$$

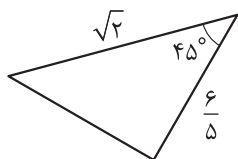
نسبت‌های مثلثاتی زوایای خاص

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
tan	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	ت ن
cot	ت ن	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

براساس جدول درس‌باکس، مقادیر نسبت‌های مثلثاتی را جای‌گذاری می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sqrt{3}(\cot 30^\circ - \sin 60^\circ) - \sqrt{2} \cos 45^\circ = \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$



مساحت مثلث شکل مقابل، کدام است؟

۲

۱/۲ (۱)

۰/۶ (۲)

۰/۸ (۳)

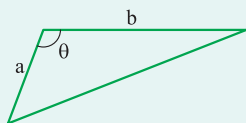
۰/۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مساحت مثلث با استفاده از مثلثات

درس Box

مطابق شکل مقابل، اگر طول دو ضلع یک مثلث و اندازه زاویه بین آن‌ها را داشته باشیم، می‌توانیم مساحت مثلث را با کمک اندازه‌های این دو ضلع و سینوس زاویه بین به دست آوریم:



$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

کافی است از فرمول ساده درس باکس استفاده کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$S = \frac{1}{2} (\sqrt{2}) \left(\frac{6}{5}\right) \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{6}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{5} = 0/6$$

۳ برای هر $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ بازه A_i به صورت $A_i = [-i, \frac{5-i}{4}]$ تعریف می‌شود. حاصل $A_2 \cap A_4$ کدام است؟

(۲) $[-2, 0]$

(۱) $[-2, \frac{1}{4}]$

(۴) $[-1, 0]$

(۳) $[-1, \frac{1}{4}]$

پاسخ: گزینه ۱

اگر دو بازه به صورت‌های (x_1, y_1) و (x_2, y_2) اشتراک داشته باشند، برای به دست آوردن بازه اشتراک آن‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$(x_1, y_1) \cap (x_2, y_2) = (x_2, y_2) \text{ و } y_2 \text{ و } y_1 \text{ بیشترین مقدار بین } x_2 \text{ و } x_1$$

مثال

$$(-1, 5) \cap (1, 10) = (1, 5)$$

بیشترین

کمترین

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا مجموعه‌های A_2 و A_4 را با جای‌گذاری $i=2$ و $i=4$ به دست می‌آوریم:

$$A_2 = [-2, \frac{5-2}{4}] \Rightarrow A_2 = [-2, \frac{3}{4}]$$

$$A_4 = [-4, \frac{5-4}{4}] \Rightarrow A_4 = [-4, \frac{1}{4}]$$

$$A_2 \cap A_4 = [-2, \frac{3}{4}] \cap [-4, \frac{1}{4}] = [-2, \frac{1}{4}]$$

گام دوم: حالا اشتراک این دو بازه را طبق نکته سؤال حساب می‌کنیم:

مجموعه $\{x \in A \mid 2 - 3x^2 > 0\}$ متناهی و ناتهی است. مجموعه A کدام می تواند باشد؟

$\mathbb{N}$ (۴)

$\mathbb{Z}$ (۳)

$\mathbb{Q}$ (۲)

$\mathbb{Q}'$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در ابتدا نامعادله ای را که در تعریف مجموعه B می بینیم، حل می کنیم:

$$2 - 3x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < \frac{2}{3} \Rightarrow |x| < \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow -\sqrt{\frac{2}{3}} < x < \sqrt{\frac{2}{3}}$$

پس داریم:

$$B = \{x \in A \mid -\sqrt{\frac{2}{3}} < x < \sqrt{\frac{2}{3}}\}$$

گام دوم: حالا می خواهیم مجموعه B متناهی و ناتهی باشد.

بازه $(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}})$ شامل بی شمار عدد گویا و بی شمار عدد گنگ است. هم چنین شامل فقط یک عدد صحیح و فاقد عدد طبیعی است.

پس اگر مجموعه های $\mathbb{Q}$ و $\mathbb{Q}'$ را برای A انتخاب کنیم، مجموعه B نامتناهی خواهد بود و اگر مجموعه $\mathbb{N}$ را برای A انتخاب کنیم، مجموعه B تهی خواهد شد. در نتیجه مناسب ترین مجموعه برای A ، $\mathbb{Z}$ است.

اگر $n(A \cup B) = 38$ و $n(A \cap B) = n(A - B) = n(B) - 8$ باشد، حاصل $n(B) - n(A)$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

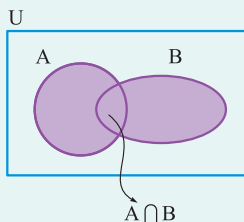
۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$n(A \cap B)$ رو x بگیر و همه رو بر حسب x بنویس.

Hint

درس Box



تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:

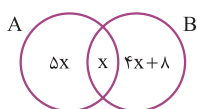
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

هم چنین می توانیم بگوییم:

$$\left. \begin{array}{l} n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \\ n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow n(A \cup B) = n(A - B) + n(B) = n(A) + n(B - A)$$

گام اول: مطابق hint، $n(A \cap B)$ را برابر x در نظر می گیریم و تساوی مفروض سؤال را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\Delta x = n(A - B) = n(B) - 8 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = n(A) - n(A \cap B) \\ n(B) = \Delta x + 8 \end{cases} \xrightarrow{n(A \cap B) = x} n(A) = 6x$$



این یعنی می توانیم نمودار ون زیر را برای این دو مجموعه بسازیم:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = \Delta x + 8 - x = 4x + 8$$

دقت کنید که:

گام دوم: حالا $n(A \cup B)$ را مساوی ۳۸ قرار می دهیم. داریم:

$$n(A \cup B) = \Delta x + x + 4x + 8 = 10x + 8 = 38 \Rightarrow x = 3$$



که نمودار ون براساس آن به صورت مقابل تغییر می کند.

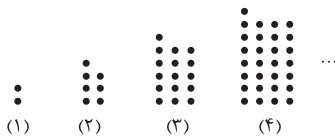
در این نمودار داریم:

$$n(A) = 18, n(B) = 23 \Rightarrow n(B) - n(A) = 5$$



با توجه به الگوی شکل‌های زیر، در شکل دهم چند دایره کوچک داریم؟

۶



۱۹۱ (۱)

۱۹۲ (۲)

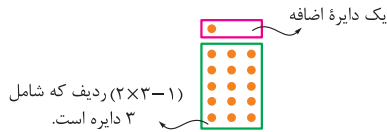
۱۹۳ (۳)

۱۹۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: می‌بینیم که شکل n ام، شامل $2n$ ردیف از دایره‌هاست که $2n-1$ ردیف از آن‌ها شامل n دایره و ۱ ردیف باقی‌مانده نیز فقط یک دایره دارد. به عنوان مثال در شکل سوم داریم:

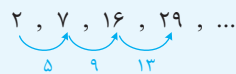


گام دوم: پس الگوی تعداد دایره‌های شکل n ام برابر است با:

$$t_n = (2n-1) \times n + 1 \Rightarrow t_{10} = 19 \times 10 + 1 = 191$$

تعداد دایره‌ها در شکل داده‌شده به ترتیب زیر هستند:

یه‌چور دیگه



می‌بینیم که اختلاف اختلاف‌ها مقدار ثابت ۴ است، این یعنی دنباله تعداد دایره‌ها دنباله درجه دوم است که در آن ضریب n^2 نصف عدد ۴ است:

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 + an + b$$

حال با استفاده از $t_1 = 2$ و $t_2 = 7$ ضرایب a و b را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 2 &\Rightarrow 1 + 2a + b = 2 \Rightarrow 2a + b = 1 \\ t_2 = 7 &\Rightarrow 4 + 3a + b = 7 \Rightarrow 3a + b = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 - n + 1 \Rightarrow t_{10} = 191$$

در یک دنباله با جمله عمومی t_n ، برای هر $n \geq 2$ داریم: $t_n = 2t_{n-1} - 3$. اگر $t_1 = 4$ باشد، حاصل $t_6 - t_5$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

جملات رو به ترتیب بنویس.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دنباله بازگشتی است و چاره‌ای جز نوشتن جملات با شروع از جمله اول نداریم:

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = 2t_1 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$t_3 = 2t_2 - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$t_4 = 2t_3 - 3 = 14 - 3 = 11$$

$$t_5 = 2t_4 - 3 = 22 - 3 = 19$$

$$t_6 = 2t_5 - 3 = 38 - 3 = 35$$

$$t_6 - t_5 = 35 - 19 = 16$$

گام دوم: پس خواسته سؤال برابر است با:

دنباله بازگشتی a_n به صورت $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ تعریف می‌شود که در آن $a_1 = a_2 = 2$ است. اگر مجموع ۱۱۹ جمله اول این دنباله به صورت $a_m - k$ نوشته شود، حاصل $\sqrt[k]{m}$ کدام است؟ (k و m طبیعی هستند.)

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سعی می‌کنیم در این گام، مجموع n جمله اول این دنباله را صرف نظر از تمام مقادیر به دست آوریم و سپس در گام بعدی فرض‌های سؤال را اعمال کنیم:

مجموع n جمله اول دنباله را S_n می‌نامیم و داریم:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$$

حالا از آن‌جا که هر جمله این دنباله برابر با مجموع دو جمله قبلی است، داریم:

$$S_n = a_1 + a_2 + \underbrace{(a_1 + a_2)}_{a_3} + \underbrace{(a_2 + a_3)}_{a_4} + \dots + \underbrace{(a_{n-2} + a_{n-1})}_{a_n} = (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2}) + (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}) + a_2$$

با توجه به تعریف S_n می‌توانیم بنویسیم:

$$S_n = (S_n - a_{n-1} - a_n) + (S_n - a_n) + a_2 \Rightarrow S_n = 2S_n - 2a_n - a_{n-1} + a_2 \Rightarrow S_n = 2a_n + a_{n-1} - a_2 (*)$$

حالا رابطه بازگشتی دنباله را اعمال می‌کنیم:

$$2a_n + a_{n-1} = a_n + \underbrace{(a_n + a_{n-1})}_{a_{n+1}} = a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$$

در نهایت داریم:

$$S_n = a_{n+2} - a_2$$

گام دوم: حالا با فرض $a_1 = a_2 = 2$ ، مجموع ۱۱۹ جمله اول این دنباله را حساب می‌کنیم:

$$S_{119} = a_{121} - a_2 \xrightarrow{a_2=2} S_{119} = a_{121} - 2$$

پس از آن‌جا که m و k اعداد طبیعی هستند، نتیجه می‌گیریم که $m = 121$ و $k = 2$ است.

$$\Rightarrow \sqrt[k]{m} = \sqrt{121} = 11$$

اولین جمله مثبت دنباله حسابی $-۱۲۷,۰۰۰, -۱۳۱, -۱۳۵, \dots$ چندمین جمله آن است؟

۳۵ (۴)

۳۴ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

دنباله‌ای حسابی است که مقدار جملات آن با نرخ ثابتی اضافه یا کم شود. پس اگر جمله اول دنباله را t_1 در نظر بگیریم، جملات دیگر دنباله به صورت زیر تکمیل می‌شوند:

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, \dots, t_1 + (n-1)d$$

که d (همان مقدار نرخ ثابت) را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

گام اول: ابتدا جمله عمومی دنباله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = -۱۳۱ \\ d = -۱۲۷ - (-۱۳۱) = ۴ \end{cases} \Rightarrow t_n = -۱۳۱ + ۴(n-1) \text{ یا } t_n = ۴n - ۱۳۵$$

گام دوم: باید t_n مثبت شود:

$$۴n - ۱۳۵ > ۰ \Rightarrow n > \frac{۱۳۵}{۴} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \geq ۳۴$$

پس اولین جمله مثبت دنباله، ۳۴ امین جمله آن است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۰

۱۲۰ قرص را بین ۵ نفر چنان تقسیم می‌کنیم که سهم‌های دریافت‌شده تشکیل دنباله حسابی بدهند. اگر مجموع دو سهم بزرگ‌تر با مجموع سه سهم کوچک‌تر برابر باشد، بزرگ‌ترین سهم چند برابر کوچک‌ترین سهم است؟

$$\frac{3}{2} (1) \quad \frac{9}{4} (2) \quad 4 (3) \quad 2 (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

نکته

اگر مجموع تعدادی فرد از جملات متوالی یک دنباله حسابی را داشته باشیم، بهتر است ترتیب جملات را براساس جمله وسط در نظر بگیریم. یعنی در این سؤال که ۵ جمله متوالی داریم، بهتر است جملات را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$$

گام اول: فرض می‌کنیم d مثبت باشد، پس با توجه به نکته بالا داریم:

$$(x - 2d) + (x - d) + (x) + (x + d) + (x + 2d) = 5x = 120 \Rightarrow x = 24$$

پس سهم‌های این ۵ نفر از قرص‌های نان به صورت زیر است:

$$\underbrace{24 - 2d}_{\text{کوچک‌ترین سهم}}, \underbrace{24 - d, 24, 24 + d, 24 + 2d}_{\text{بزرگ‌ترین سهم}}$$

گام دوم: حالا شرط دیگر مسئله را نیز اعمال می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{مجموع دو سهم بزرگ‌تر} = 24 + d + 24 + 2d = 48 + 3d \\ \text{مجموع سه سهم کوچک‌تر} = 24 - 2d + 24 - d + 24 = 72 - 3d \end{cases} \xrightarrow{\text{برابری}} 48 + 3d = 72 - 3d \Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

گام سوم: یعنی سهم‌ها به ترتیب زیر بوده‌اند:

$$16, 20, 24, 28, 32$$

$$\frac{32}{16} = 2$$

اعداد بالا نشان می‌دهد که بزرگ‌ترین سهم، دو برابر کوچک‌ترین سهم است:

(ریاضی (۱) - تمرین ۶ صفحه ۲۴ کتاب درسی)

مسئله زیر در پاپيروس راینده آمده است. آن را حل کنید.

کتاب
درسی

«۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم کنید که سهم‌های دریافت‌شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد.»



بخشی از پاپيروس راینده

در یک دنباله هندسی غیر ثابت، نسبت مجموع دو جمله اول به مجموع دو جمله دوم، برابر مقدار جمله اول است. در این دنباله، جمله سوم کدام است؟ r برابر ۱ نیست.

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر است با:

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

که در آن نسبت هر دو جمله متوالی برابر r است: $r = \frac{t_n}{t_{n-1}}$.

گام اول: جمله عمومی دنباله را $t_n = t_1 r^{n-1}$ در نظر می‌گیریم و فرض‌های صورت سؤال را در آن اعمال می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\begin{cases} \text{مجموع دو جمله اول} = t_1 + t_2 = t_1 + t_1 r = t_1 (1+r) \\ \text{مجموع دو جمله دوم} = t_3 + t_4 = t_1 r^2 + t_1 r^3 = t_1 r^2 (1+r) \end{cases}$$

گام دوم: حالا نسبت آن‌ها را برابر t_1 قرار می‌دهیم:

$$\frac{t_1 (1+r)}{t_1 r^2 (1+r)} = t_1 \Rightarrow \frac{1}{r^2} = t_1 \Rightarrow t_1 r^2 = 1$$

این همان مقدار جمله سوم است.

جمله عمومی یک دنباله حسابی با جملات طبیعی، a_n است. اگر مقادیر a_1, a_3, a_5 سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳



اگر X, Y و Z سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه $XZ = Y^2$ بین آن‌ها برقرار است.

گام اول: ابتدا جمله عمومی دنباله حسابی را بر حسب a_1 و d می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

که طبق فرض a_1 و d هر دو طبیعی هستند.

$$\Rightarrow a_3 = a_1 + 2d, a_5 = a_1 + 4d + 3$$

گام دوم: حالا برای این که این سه مقدار جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، طبق نکته، باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$a_1(a_1 + 4d + 3) = (a_1 + 2d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 4a_1d + 3a_1 = a_1^2 + 4a_1d + 4d^2 \Rightarrow 3a_1 = 4d^2 \Rightarrow a_1 = \frac{4d^2}{3}$$

گام سوم: حالا باید a_1 و d را طبیعی اختیار کنیم. با امتحان کردن اعداد طبیعی برای d داریم:

d	a_1
۱	$\frac{4}{3}$
۲	$\frac{16}{3}$
۳	۴
۴	$\frac{64}{3}$
۵	$\frac{100}{3}$
۶	$\frac{144}{3} = 48$
...	...

که می‌بینیم فقط به ازای $d = 3$ ، مقدار طبیعی ۲ برای a_1 به دست می‌آید.

گام چهارم: در این شرایط جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = 2 + 3(n-1) = 3n-1$ است و داریم:

$$a_1 = 2, a_3 = 8, a_5 = 14$$

پس سه جمله متوالی دنباله هندسی $2, 8, 32, \dots$ هستند که در آن قدرنسبت دنباله $4 = \frac{8}{2} = \frac{32}{8}$ به دست می‌آید.



سه جمله متوالی دنباله هندسی را a_1, a_3, a_5 و a_1r^2 در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{cases} a_1r = a_1 + 2d \\ a_1r^2 = a_1 + 4d + 3 \end{cases}$$

از معادله اول به دست می‌آید که:

$$2d = a_1r - a_1 \Rightarrow d = \frac{a_1(r-1)}{2}$$

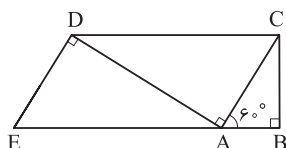
و این تساوی را در رابطه دوم جای‌گذاری می‌کنیم:

$$a_1r^2 = a_1 + \frac{9}{2}a_1(r-1) + 3 \Rightarrow 2a_1r^2 = 2a_1 + 9a_1(r-1) + 6$$

$$\Rightarrow a_1(2r^2 - 9(r-1) - 2) = 0$$

$$\Rightarrow a_1(r-1)(2r-7) = 0$$

دقت کنید که a_1 و r و در نتیجه $r-1$ و $2r-7$ همگی طبیعی هستند. با این فرض، تساوی فقط به ازای $a_1 = 2$ و $r = 4$ برقرار است.



۱۳ در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل مقابل، طول AE چند برابر طول AB است؟

۳ (۱)

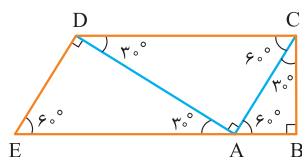
$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۲)

۴ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا زوایای دیگر را در شکل به دست می‌آوریم:

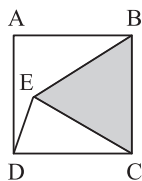


گام دوم: حالا در هر ۳ مثلث قائم‌الزاویه ABC، ACD و ADE، نسبت‌های مثلثاتی لازم را می‌نویسیم:

$$\triangle ABC = \cos 6^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 2AB$$

$$\triangle ACD = \tan 6^\circ = \frac{AD}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow AD = \sqrt{3}AC \xrightarrow{AC=2AB} AD = 2\sqrt{3}AB$$

$$\triangle ADE = \cos 3^\circ = \frac{AD}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AE = \frac{2}{\sqrt{3}}AD \xrightarrow{AD=2\sqrt{3}AB} AE = 4AB$$



در مربع شکل مقابل، مثلث BCE متساوی الاضلاع است. مقدار $\cot \hat{ADE}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$2-\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2-\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$2-\sqrt{2} \quad (3)$$

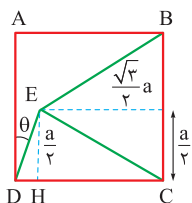
پاسخ: گزینه ۲

در مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a، طول ارتفاع برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است.

نکته

گام اول: طول ضلع مربع (و هم چنین مثلث متساوی الاضلاع) را a در نظر می گیریم و شکل را به صورت زیر تکمیل می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$DH = a - \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{2-\sqrt{3}}{2}a$$

گام دوم: پس مثلث قائم الزاویه زیر را داریم:



$$\Rightarrow \tan \hat{D} = \frac{HE}{HD} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{2-\sqrt{3}}{2}a} = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

$\hat{ADE}$ و $\hat{EDH}$ متمم هستند، پس طبق نکته سؤال داریم:

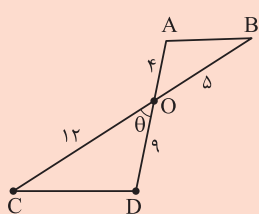
$$\cot \hat{ADE} = \tan \hat{EDH} = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

اگر α و β دو زاویه متمم باشند، روابط زیر برقرار هستند:

نکته

$$\begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta \end{cases}, \begin{cases} \tan \alpha = \cot \beta \\ \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

مجموع مساحت‌های دو مثلث AOB و COD در شکل زیر برابر ۴۰ است. $\sin \theta$ کدام است؟



(۲) $\frac{20}{59}$

(۴) $\frac{5}{8}$

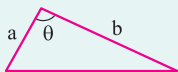
(۱) $\frac{5}{16}$

(۳) $\frac{20}{37}$

پاسخ: گزینه ۴

کاربرد مثلثات در محاسبه مساحت مثلث

درس Box



$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta$

در شکل مقابل مساحت مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:

$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin \theta = 10 \sin \theta$

$S_{COD} = \frac{1}{2} OC \cdot OD \cdot \sin \theta = 54 \sin \theta$

$\Rightarrow 54 \sin \theta = 40 \Rightarrow \sin \theta = \frac{40}{54} = \frac{5}{8}$

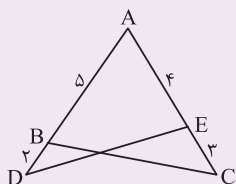
گام اول: مساحت هر مثلث را بر حسب زاویه θ ، می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: حالا مجموع این مساحت‌ها را برابر ۴۰ قرار می‌دهیم:

در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱/۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟

(سوال ۱۲۲ کنکور تهرانی ۱۴۰۴ - نوبت اول)



(۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{2}$

کنکور

مساحت یک ۱۲ ضلعی منتظم که در دایره‌ای به شعاع $\sqrt{3}$ محاط شده است، کدام است؟

۹ (۲)

۱۸ (۱)

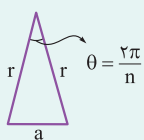
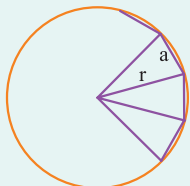
$$\frac{18}{2-\sqrt{3}} \quad (۴)$$

$$\frac{9}{2-\sqrt{3}} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

یک n ضلعی منتظم به طول ضلع a ، محاط شده در دایره‌ای به شعاع r ، از n مثلث متساوی الساقین و هم‌نهشت تشکیل می‌شود:



پس مساحت این n ضلعی از روابط زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{na^2}{4 \tan \frac{180^\circ}{n}} = \frac{1}{2} nr^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

کافی است مقادیر n و r را در فرمول جای گذاری کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$S = \frac{1}{2} (12)(\sqrt{3})^2 \sin \frac{360^\circ}{12} = 18 \sin 30^\circ = 9$$

۱۷ در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، ساده شده عبارت $\frac{4 \sin \hat{A} + \cos \hat{B}}{3 \tan \hat{A} - \cot \hat{B}}$ کدام است؟

(۲) $\cos \hat{A}$

(۱) $-\cos \hat{A}$

(۴) $\sin \hat{A}$

(۳) $-\sin \hat{A}$

پاسخ: گزینه ۱

زوایای متمم رو پیدا کن.

Hint

اگر دو زاویه α و β متمم هم باشند، داریم:

نکته

$$\sin \alpha = \cos \beta, \quad \cos \alpha = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta, \quad \cot \alpha = \tan \beta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: در مثلث قائم الزاویه ABC ، طبق فرض $\hat{C} = 90^\circ$ است، پس $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ ، پس $\hat{A}$ و $\hat{B}$ متمم یکدیگرند و داریم:

$$\cos \hat{B} = \sin \hat{A}$$

$$\cot \hat{B} = \tan \hat{A}$$

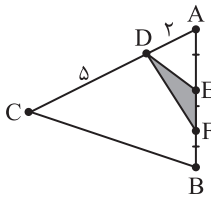
گام دوم: حالا روابط بالا را در خواسته سؤال اعمال می کنیم:

$$\frac{4 \sin \hat{A} + \cos \hat{B}}{3 \tan \hat{A} - \cot \hat{B}} = \frac{4 \sin \hat{A} + \sin \hat{A}}{3 \tan \hat{A} - \tan \hat{A}} = \frac{5 \sin \hat{A}}{2 \tan \hat{A}} = \frac{\sin \hat{A}}{\tan \hat{A}}$$

حالا به جای $\tan \hat{A}$ معادل آن یعنی $\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$ را قرار می دهیم:

$$\Rightarrow \frac{4 \sin \hat{A} + \cos \hat{B}}{3 \tan \hat{A} - \cot \hat{B}} = -\frac{\sin \hat{A}}{\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}} = -\cos \hat{A}$$

در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث DEF است؟



$$\frac{15}{2} \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

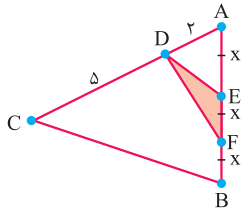
$$\frac{21}{2} \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: طول قطعه‌های AE، EF و FB را روی ضلع AB برابر x در نظر می‌گیریم، مساحت مثلث‌های ABC، AED و AFD را به کمک $\sin \hat{A}$ می‌نویسیم:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} (3x)(7) \sin \hat{A} = \frac{21}{2} x \sin \hat{A}$$

$$S_{ADE} = \frac{1}{2} AE \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} (x)(2) \sin \hat{A} = x \sin \hat{A}$$

$$S_{AFD} = \frac{1}{2} AF \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} (2x)(2) \sin \hat{A} = 2x \sin \hat{A}$$

گام دوم: حالا با تفاضل S_{ADE} از S_{AFD} می‌توانیم مساحت مثلث DEF را حساب کنیم:

$$S_{DEF} = S_{AFD} - S_{ADE} = 2x \sin \hat{A} - x \sin \hat{A} = x \sin \hat{A}$$

و در نتیجه، خواسته مسئله برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{\frac{21}{2} x \sin \hat{A}}{x \sin \hat{A}} = \frac{21}{2}$$

حاصل ضرب $۲^۰$ جمله اول یک دنباله هندسی با جملات مثبت برابر $۳^{۲۱} \times ۲^{۲۵}$ است. اگر جمله دوم این دنباله ۱۴۴ باشد، جمله اول چند برابر قدرنسبت است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مجموع n عدد طبیعی ابتدایی از رابطه زیر به دست می آید:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا حاصل ضرب $۲^۰$ جمله اول را برابر $۳^{۲۱} \times ۲^{۲۵}$ قرار می دهیم:

$$\begin{aligned} \frac{t_n = t_1 r^{n-1}}{t_1 \times t_2 \times t_3 \times \dots \times t_n} &= t_1 \times t_1 r \times t_1 r^2 \times \dots \times t_1 r^{19} = t_1^{20} r^{1+2+3+\dots+19} \\ &= t_1^{20} r^{\frac{19 \times 20}{2}} = t_1^{20} r^{190} = 2^{250} \times 3^{210} \quad (1) \end{aligned}$$

جمله دوم را نیز برابر ۱۴۴ قرار می دهیم:

$$t_2 = 12^2 = (2^2 \times 3)^2 = 2^4 \times 3^2 \Rightarrow t_1 r = 2^4 \times 3^2 \quad (2)$$

گام دوم: در دستگاه معادلات شامل معادلات (۱) و (۲):

$$\begin{cases} t_1^{20} \times r^{190} = 2^{250} \times 3^{210} \\ t_1 \times r = 2^4 \times 3^2 \end{cases}$$

طرفین معادله (۲) را به توان $۲^۰$ می رسانیم:

$$(t_1 \times r)^{20} = (2^4 \times 3^2)^{20} \Rightarrow t_1^{20} \times r^{20} = 2^{80} \times 3^{40}$$

پس عملاً دستگاه زیر را داریم:

$$\begin{cases} t_1^{20} \times r^{190} = 2^{250} \times 3^{210} \\ t_1^{20} \times r^{20} = 2^{80} \times 3^{40} \end{cases}$$

گام سوم: با تقسیم طرفین معادله بالا بر طرفین معادله پایین داریم:

$$\frac{t_1^{20} \times r^{190}}{t_1^{20} \times r^{20}} = \frac{2^{250} \times 3^{210}}{2^{80} \times 3^{40}} \Rightarrow r^{170} = 2^{170} \times 3^{170} \xrightarrow{r > 0} r = 2 \times 3 = 6 \xrightarrow{t_1 \times r = 144} t_1 = \frac{144}{6} = 24$$

در نتیجه، خواسته سؤال برابر است با: $\frac{t_1}{r} = \frac{24}{6} = 4$.

دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{3n-1}{2n-7}$ مفروض است. جمله عمومی جملات مثبت دنباله a_n کدام است؟ **۲۰**

$$b_n = \frac{3n-1}{2n-7} \quad (۲)$$

$$b_n = \frac{3n+7}{2n+1} \quad (۱)$$

$$b_n = \frac{3n+5}{2n+1} \quad (۴)$$

$$b_n = \frac{3n+8}{2n-1} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا چند جمله اول دنباله a_n را می نویسیم:

$$a_n: -\frac{2}{5}, -\frac{5}{3}, -8, 11, \frac{14}{3}, \dots$$

گام دوم: همان طور که می بینیم فقط ۳ جمله اول دنباله a_n منفی است، پس اگر دنباله جملات مثبت را b_n بنامیم، داریم:

$$b_n: 11, \frac{14}{3}, \frac{17}{5}, \dots \Rightarrow b_n = a_{n+3} = \frac{3(n+3)-1}{2(n+3)-7} = \frac{3n+8}{2n-1}$$

چند مورد از چهارضلعی‌های زیر به صورت منحصر به فرد رسم می‌شوند؟

• متوازی‌الاضلاع به قطر ۶ و ۸

• مربع به قطر ۳

• مستطیل به قطر ۶

• لوزی به قطر ۶ و ضلع ۸

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

روش رسم چهارضلعی‌های خاصی، مثل متوازی‌الاضلاع، مستطیل و ... را در جدول زیر برایتان آورده‌ایم.

کارت Box

منحصر به فرد رسم می‌شود؟	شکل	روش رسم	کلید رسم	چهارضلعی
خیر، مثلاً زاویه بین قطرهای هر رسم می‌تواند متفاوت باشد.		اول دو خط متقاطع d و d' را رسم می‌کنیم. یک بار به مرکز O شعاع $\frac{a}{2}$ کمائی رسم می‌کنیم که d را در نقاط A و B و بار دیگر کمائی به همان مرکز و شعاع $\frac{b}{2}$ رسم می‌کنیم تا d' را در نقاط C و D قطع کند. حالا اگر این نقاط را به هم وصل کنیم، متوازی‌الاضلاع مورد نظر رسم می‌شود.	در متوازی‌الاضلاع، قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند.	متوازی‌الاضلاع به قطر a و b [این متوازی‌الاضلاع همواره قابل رسم است.]
خیر، مثل متوازی‌الاضلاع، زاویه بین قطرهای می‌تواند متفاوت باشد.		اول دو خط متقاطع d و d' را رسم می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ می‌کشیم تا خط‌های d و d' را در نقاط A, B, C, D قطع کند. حالا اگر این نقاط را به هم وصل کنیم، مستطیل مورد نظر رسم می‌شود.	در مستطیل، قطرهای طول یکسانی دارند و همدیگر را نصف می‌کنند.	مستطیل به قطر a [این مستطیل همواره قابل رسم است.]

چهار ضلعی	کلید رسم	روش رسم	شکل	منحصر به فرد رسم می شود؟
لوزی به قطرهای a و b [این لوزی همواره قابل رسم است.]	در لوزی، قطرهای عمود منصف همدیگرند.	اول قطر $AC = a$ را رسم می کنیم. عمود منصف AC را می کشیم تا آن را در نقطه O قطع کند. در ادامه کماتی به مرکز O و شعاع $\frac{b}{2}$ رسم می کنیم تا d را در نقطه های B و D قطع کند. حالا اگر نقطه های B و D را به A و C وصل کنیم، لوزی به قطرهای a و b رسم می شود.		بله
لوزی به ضلع a و قطر b [این لوزی به شرطی قابل رسم است که $a > \frac{b}{2}$ باشد.]	در لوزی علاوه بر این که قطرهای عمود منصف همدیگرند، طول ضلع ها هم برابرند.	اول پاره خط $AC = b$ و بعد عمود منصفش را رسم می کنیم. در ادامه یک بار به مرکز A و شعاع a و بار دیگر به مرکز C و همان شعاع، کماتی رسم می کنیم تا عمود منصف d را در نقاط B و D قطع کنند. حالا اگر نقطه های B و D را به A و C وصل کنیم، لوزی به ضلع a و قطر b رسم می شود.		بله
مربع به قطر a [این مربع همواره قابل رسم است.]	در مربع قطرهای هم اندازه و عمود منصف همدیگر هستند.	اول پاره خط AC به طول a و بعد عمود منصفش را رسم می کنیم تا AC را در نقطه O قطع کند. حالا دایره ای به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ رسم می کنیم تا d را در نقطه های B و D قطع کند. حالا اگر نقطه های B و D را به A و C وصل کنیم، مربع به قطر a رسم می شود.		بله

پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به درس باکس، «مربع به قطر ۳» و «لوزی به قطر ۶ و ضلع ۸» منحصر به فرد رسم می شوند.

پاره خط AB به طول ۱۰ سانتی متر در صفحه مختصات مفروض است، چند نقطه متمایز مانند C در این صفحه می توان یافت که فاصله آن از رأس A، ۴ سانتی متر و مساحت مثلث ABC، ۲۰ سانتی متر مربع باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

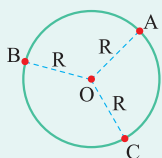
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(۱) برای پیدا کردن نقطه هایی که:

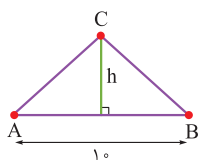
از نقطه ثابت O به فاصله R هستند، باید مثل شکل مقابل، دایره ای به مرکز O و شعاع R بکشیم.



از خط ثابت d به فاصله L هستند، باید مثل شکل مقابل، دو خط موازی با d و به فاصله L در دو طرفش رسم کنیم.

(۲) معمولاً در تست ها باید دنبال نقطه هایی بگردیم که دو ویژگی را همزمان داشته باشند. برای پیدا کردن این نقطه ها اول نقطه های هر ویژگی را جداگانه پیدا می کنیم و بعد نقطه های مشترک (که همان نقطه های برخورد هستند) را به عنوان جواب در نظر می گیریم.

گام اول: (تحلیل ویژگی های نقطه C): به گفته سؤال، مساحت مثلث ABC در شکل زیر، برابر ۲۰ است، پس می توانیم بنویسیم:



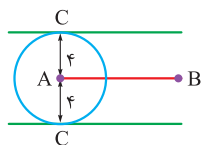
$$S = \frac{1}{2} h \times AB \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times h \times 10 \Rightarrow h = 4$$

پس ویژگی های C این هاست:

(۱) فاصله اش از A برابر ۴ است.

(۲) فاصله اش از AB برابر ۴ است.

گام دوم (پیدا کردن جواب ها): طبق مورد (۱) درس باکس، برای پیدا کردن نقاط دارای ویژگی (۱) باید دایره به مرکز A، شعاع ۴ و برای پیدا کردن نقاط دارای ویژگی (۲) باید دو خط موازی با AB و به فاصله ۴ واحد در دو طرفش بکشیم، این پوری خط های سبز و دایره آبی در دو نقطه متقاطع اند، پس طبق مورد (۲) درس باکس، مسئله دو جواب دارد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مثلث قائم الزاویه ABC ($B = 90^\circ$)، به طول ضلع $AB = 5$ ، نقطه E روی ضلع AC ، نزدیک به رأس A قرار دارد، به طوری که عمود منصف پاره خط AE از رأس B می‌گذرد و $AE = 6$ است. اگر نیمساز زاویه EBC ، ضلع AC را در نقطه D قطع کند، طول ED کدام است؟

(۲) $1/25$

(۱) 1

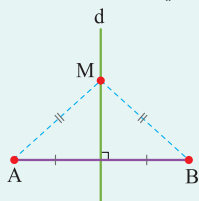
(۴) $1/75$

(۳) $1/5$

پاسخ: گزینه ۱

درس‌Box

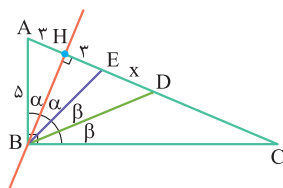
(۱) به خطی که هم از وسط یک پاره خط بگذرد و هم بر آن عمود باشد، عمود منصف آن پاره خط می‌گوییم. ویژگی‌اش هم این است که اگر نقطه‌ای روی عمود منصف یک پاره خط باشد، فاصله‌اش از دو سر آن پاره خط به یک اندازه است و برعکس؛ یعنی اگر نقطه‌ای فاصله‌اش از دو سر یک پاره خط یکسان باشد، حتماً روی عمود منصف آن پاره خط قرار دارد. نگاه کنید:



$M \Leftrightarrow MA = MB$ روی عمود منصف پاره خط AB است.

(۲) در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع وارد بر قاعده، نیمساز و میانه هم هست.

گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل را ببینید. B روی عمود منصف AE قرار دارد، پس طبق مورد (۱) درس باکس $AB = BE$ می‌شود؛ بنابراین مثلث ABE متساوی‌الساقین است و طبق مورد (۲) درس باکس، ارتفاع BH هم میانه و هم نیمساز است.



$$AH = HE = \frac{AE}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\hat{ABH} = \hat{HBE} = \alpha$$

از طرفی BD هم نیمساز زاویه EBC است؛ پس می‌توانیم فرض کنیم:

$$\hat{EBD} = \hat{DBC} = \beta$$

گام دوم (تشخیص نوع مثلث BHD): طبق شکل، جمع α ها و β ها باید 90° باشد:

$$2\alpha + 2\beta = 90^\circ \xrightarrow{\div 2} \alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow \hat{HBD} = 45^\circ$$

خوب به مثلث BHD نگاه کنید؛ قائم‌الزاویه است و یک زاویه‌اش 45° شد، پس زاویه دیگرش یعنی $\hat{HDB}$ هم $45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ می‌شود و این مثلث، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): اعداد ۳، ۴ و ۵ فیثاغورسی‌اند، پس طول HB در مثلث قائم‌الزاویه AHB می‌شود ۴. طول ساق‌های HB و HD باید برابر باشند:

$$4 = 3 + x \Rightarrow x = 1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نیمسازهای خارجی زوایای B و C از مثلث ABC، با یکدیگر زاویه 45° می‌سازند. اگر $AC = 9/6$ و $BC = 12$ باشد، برای رسم عمود منصف ضلع AB، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

۳ / ۴ (۲)

۳ / ۲ (۱)

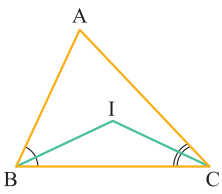
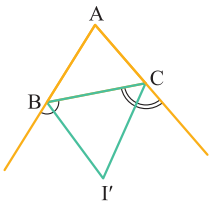
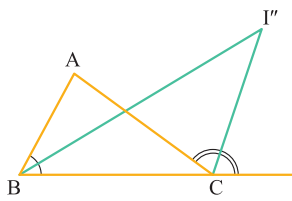
۳ / ۸ (۴)

۳ / ۶ (۳)

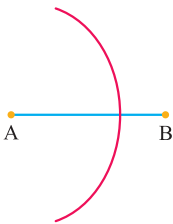
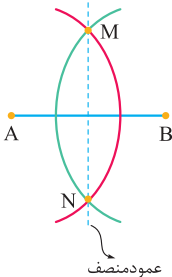
پاسخ: گزینهٔ ۳

درس: Box

(۱) هر جا صحبت از زاویهٔ بین نیمسازهای مثلث شد، از جدول زیر استفاده کنید:

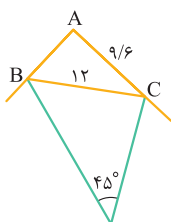
نوع زاویه	زاویهٔ بین نیمساز داخلی یک زاویه و نیمساز خارجی یک زاویه دیگر از مثلث	زاویهٔ بین نیمسازهای خارجی دو زاویه از مثلث	زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی دو زاویه از مثلث
فرمول کلی	$\frac{\text{زاویهٔ سوم مثلث}}{2}$	$90^\circ - \frac{\text{زاویهٔ سوم مثلث}}{2}$	$90^\circ + \frac{\text{زاویهٔ سوم مثلث}}{2}$
مثال	 $\hat{B}I\hat{C} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$	 $\hat{B}I'\hat{C} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$	 $\hat{B}I''\hat{C} = \frac{\hat{A}}{2}$

(۲) عمود منصف هر پاره خط در ۲ مرحله رسم می‌شود:

مرحله (۱)	مرحله (۲)
	
یک کمان به مرکز A و شعاع بیشتر از نصف AB رسم می‌کنیم.	همان کمان قبلی را این بار به مرکز B می‌زنیم. خطی که از نقطه‌های برخورد این دو کمان (M و N) می‌گذرد، عمود منصف پاره خط AB است.

گام اول (رسم شکل و تشخیص نوع مثلث ABC): زاویهٔ بین نیمسازهای خارجی، $\hat{C}$ و $\hat{B}$ ، طبق شکل برابر 45° است، پس طبق مورد (۱) درس باکس می‌توانیم بنویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

پس مثلث ABC قائم‌الزاویه است.

گام دوم (تشخیص گزینه درست): به کمک فیثاغورس در مثلث ABC، طول AB را حساب می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{12^2 - 9/6^2} = \sqrt{12^2 (1 - (9/6)^2)} = \sqrt{12^2 \times 5/36} = 12 \times 5/6 = 10/2$$

طبق مورد (۲) درس باکس، برای رسم عمود منصف پاره خط $AB = 10/2$ باید دهانه پراگار را حداقل بیشتر از $\frac{AB}{2} = \frac{10/2}{2} = 5/2$ واحد باز کنیم.

در شکل زیر، نیمساز زاویه B، ضلع AC را در نقطه D قطع کرده و $CD = CE$ است. اگر $\angle BDE = 46^\circ$ باشد، زاویه A،

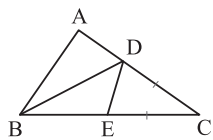
چند درجه است؟

(۱) 82°

(۲) 86°

(۳) 92°

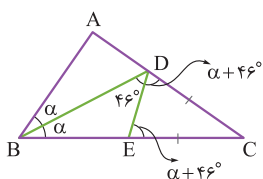
(۴) 108°



پاسخ: گزینه ۳

در شکل، BD نیمساز $\hat{B}$ است، پس آن را به دو تا α تقسیم می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$\hat{DEC}$ ، زاویه خارجی مثلث BDE است، پس برابر با جمع زوایای داخلی غیرمجاورش می‌شود:

$$\hat{DEC} = \alpha + 46^\circ$$

مثلث DEC متساوی الساقین است، پس زاویه‌های مجاور ساق‌هایش برابرند:

$$\hat{EDC} = \hat{DEC} = \alpha + 46^\circ$$

$\hat{BDC}$ زاویه خارجی مثلث ABD است، پس برابر با جمع داخلی‌های غیرمجاورش است:

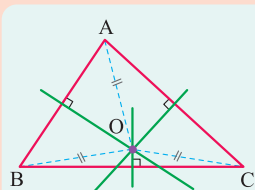
$$\triangle ABD: \hat{BDC} = \hat{A} + \hat{ABD} \Rightarrow 46^\circ + (\alpha + 46^\circ) = \hat{A} + \alpha \Rightarrow \hat{A} = 2 \times 46^\circ = 92^\circ$$

از هر رأس مثلث ABC ، خطی به موازات ضلع مقابل به آن رأس رسم می‌کنیم تا از نقاط برخورد خطوط، مثلث MNP به وجود آید. فاصله کدام نقطه از مثلث ABC از سه رأس مثلث MNP همواره یکسان است؟

- (۱) تلاقی سه ارتفاع
(۲) تلاقی سه میانه
(۳) تلاقی سه نیمساز
(۴) تلاقی سه عمودمنصف

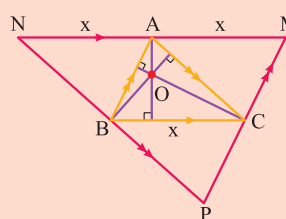
پاسخ: گزینه ۱

درس Box



طبق شکل مقابل، عمودمنصف‌های مثلث در یک نقطه مثل O هم‌رسانند. فاصله نقطه هم‌رسی عمودمنصف از سه رأس مثلث به یک اندازه است.

گام اول (نقطه مورد نظر چه نقشی در مثلث ABC دارد؟): به دنبال نقطه‌ای هستیم که فاصله‌اش از سه رأس مثلث MNP به یک اندازه باشد. طبق درس‌بکس، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث MNP ، این ویژگی را دارد.



گام دوم (تشخیص گزینه درست): در چهارضلعی‌های $ANBC$ و $AMCB$ ، اضلاع مقابل موازی‌اند، پس این چهارضلعی‌ها متوازی‌الاضلاع‌اند. در نتیجه طول ضلع‌های مقابلشان را طبق شکل می‌توانیم X در نظر بگیریم. در شکل، $AM = AN = X$ شد، پس A وسط ضلع MN است. به همین ترتیب معلوم می‌شود B و C به ترتیب وسط اضلاع NP و MP هستند. با توجه به گام قبلی باید عمودمنصف اضلاع مثلث ABC را بکشیم، نقطه برخوردشان، یعنی O ، ویژگی مورد نظرمان را دارد.

چون A ، B و C وسط اضلاع مثلث MNP هستند، عمودمنصف‌های سبز از رأس‌های مثلث ABC می‌گذرند. طبق شکل نقطه O در مثلث ABC ، نقطه هم‌رسی ارتفاع‌هایش است.

(سوال ۲۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC ، همواره یکسان است؟

- (۱) تلاقی سه ارتفاع
(۲) تلاقی سه میانه
(۳) تلاقی سه نیمساز
(۴) تلاقی سه عمودمنصف

فاصله نقطه برخورد نیمساز بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه داخلی یک مثلث، از ضلع متوسط آن ۲ واحد است. اگر محیط این مثلث ۱۲ واحد باشد، مساحت آن چند واحد سطح است؟

۹ (۴)

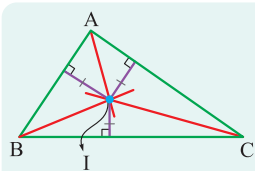
۱۸ (۳)

۶ (۲)

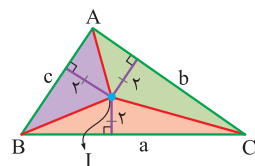
۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس Box



نیمسازهای داخلی هر مثلث، مثل شکل مقابل در یک نقطه (I) هم‌رس‌اند. فاصله این نقطه هم‌رسی، از سه ضلع مثلث به یک اندازه است.



گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل را ببینید. طبق درس‌بکس، هر سه نیمساز باید در نقطه I، هم‌رس باشند. فاصله I از هر سه ضلع باید یکسان باشد، پس، از این‌که سؤال گفته فاصله I از ضلع متوسط برابر ۲ است، نتیجه می‌گیریم که فاصله I از هر سه ضلع برابر ۲ است.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مساحت مثلث ABC برابر با جمع مساحت مثلث‌های رنگی است:

$$S_{ABC} = S_{BIC} + S_{AIC} + S_{AIB} \Rightarrow S = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times a\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times b\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times c\right) = a + b + c$$

به گفته سؤال محیط مثلث برابر ۱۲ است، یعنی در تساوی بالا $a + b + c = 12$ می‌شود:

$$S_{ABC} = 12$$

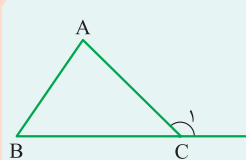
پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای کدام گزینه می توان مثال نقض ارائه کرد؟

- (۱) هر زاویه خارجی مثلث، از هر زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگتر است.
- (۲) نقطه همرسی نیمسازهای داخلی هر مثلث، همواره داخل مثلث قرار دارد.
- (۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبهرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه رو به ضلع کوچکتر.
- (۴) در هر مثلث طول میانه وارد بر یک ضلع همواره بزرگتر از طول ارتفاع وارد بر همان ضلع است.

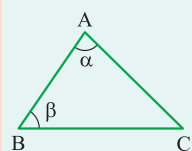
پاسخ: گزینه ۴

درس Box



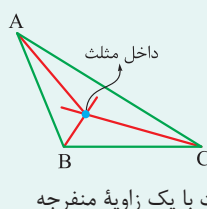
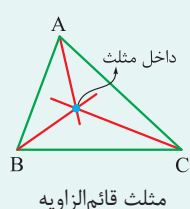
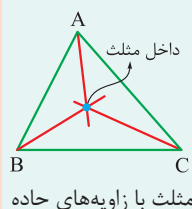
(۱) زاویه خارجی هر مثلث از زاویه های داخلی غیرمجاورش بزرگتر است؛ یعنی در مثلث روبهرو زاویه C_1 هم از $\hat{A}$ ؛ بزرگتر است و هم از $\hat{B}$:

$$\hat{C}_1 > \hat{A}, \hat{C}_1 > \hat{B}$$



(۲) در هر مثلث، ضلعی که رو به زاویه بزرگتر قرار دارد بزرگتر از ضلعی است که رو به زاویه کوچکتر است و برعکس؛ یعنی در مثلث روبهرو اگر $\alpha > \beta$ باشد، می توانیم بگوییم $\frac{BC}{\text{رو به } \alpha} > \frac{AC}{\text{رو به } \beta}$ است؛ یا برعکس اگر $BC > AC$ ، در این صورت حتماً $\alpha > \beta$ است.

(۳) طبق شکل های زیر، نقطه همرسی نیمسازهای مثلث، همیشه داخل مثلث قرار دارد:



طبق درس باکس گزینه های (۱)، (۲) و (۳) همواره درست اند و مثال نقض ندارند، پس گزینه (۴) جواب است؛ مثال نقضش هم مثلث متساوی الساقین است که در آن ارتفاع وارد بر قاعده برابر میانه وارد بر قاعده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(سوال ۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

برای کدام گزاره، می توان مثال نقض ارائه کرد؟

- (۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.
- (۲) اندازه میانه های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.
- (۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.
- (۴) نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.

کنکور

در مثلث ABC، نیمساز داخلی زاویه A، ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟

(۲) $AD > BD$

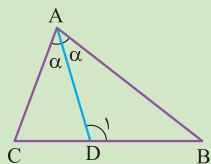
(۱) $AB > BD$

(۴) $BD > AD$

(۳) $AB > AD$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓



اول شکل مسئله را رسم می‌کنیم. زاویه خارجی هر مثلث، از زاویه‌های داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است؛ پس در مثلث ADC، $\hat{D}_1 > \alpha$ است. حالا خوب به مثلث ADB نگاه کنید، در این مثلث $\hat{D}_1 > \alpha$ است؛ این یعنی ضلع رو به $\hat{D}_1$ از ضلع رو به α بزرگ‌تر است، پس:

$AB > DB$
ضلع رو به α ضلع رو به D_1

فرض کنیم ABC مثلثی دلخواه و AD نیمساز زاویه A باشد. دلایل هر یک از نتایج زیر را بنویسید و نتیجه نهایی که در پایان آمده است را کامل نمایید.

(هندسه (۱) - تمرین ۶ صفحه ۲۷ کتاب درسی)

الف) $\hat{D}_1 > \hat{A}_1$ ، زیرا

ب) $\hat{D}_1 > \hat{A}_1$ ، زیرا

پ) $AD > DC$ ، زیرا

ت) با روندی مشابه سه قسمت قبل نشان دهید:

ث) حال نشان دهید:

$AB > BD$

$AB + AC > BC$

کتاب
درسی

در چهارضلعی ABCD، اگر $AB = 6$ ، $BC = 3$ ، $CD = 7$ و $AD = 8$ باشد، چند مقدار صحیح برای اندازه قطر BD وجود دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

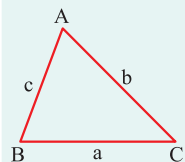
۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

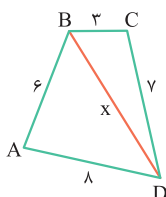
درس Box

در هر مثلث، نامساوی (مجموع طول دو ضلع دیگر > طول هر ضلع < تفاضل طول دو ضلع دیگر) همواره برقرار است. مثلاً برای مثلث مقابل می‌توانیم نامساوی‌های زیر را بنویسیم:



$$|b - c| < a < b + c, \quad |a - c| < b < a + c, \quad |a - b| < c < a + b$$

گام اول: شکل مسئله به صورت زیر است. طبق درس‌بکس برای مثلث‌های ABD و BDC باید نامساوی‌های زیر برقرار باشند:



$$\Delta ABD: |6 - 8| < x < 6 + 8 \Rightarrow 2 < x < 14$$

$$\Delta BCD: |3 - 7| < x < 3 + 7 \Rightarrow 4 < x < 10$$

گام دوم: اشتراک می‌گیریم:

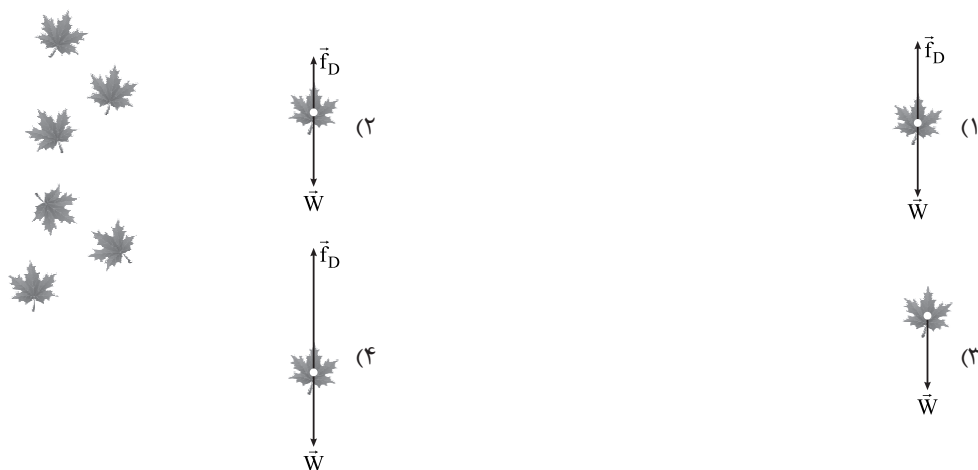
$$4 < x < 10$$

در محدوده بالا ۵ تا عدد صحیح برای x داریم:

۵, ۶, ۷, ۸, ۹

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، سقوط برگ درختی را به طرف زمین نشان می‌دهد. کدام گزینه، حرکت برگ درخت به طرف زمین را بهتر مدل‌سازی کرده است؟ (وزن برگ: $\vec{W}$ و نیروی مقاومت هوا: $\vec{f}_D$)



پاسخ: گزینه ۲

مدل‌سازی در فیزیک، فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود. در مدل‌سازی از اثرات جزئی صرف نظر می‌کنیم و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در نظر می‌گیریم.

در سقوط برگ به سمت زمین، دو نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن که به برگ وارد می‌شوند مهم هستند و چون حرکت به سمت پایین است، پس نیروی وزن ($\vec{W}$) باید بزرگ‌تر از نیروی مقاومت هوا ($\vec{f}_D$) باشد و جواب گزینه ۲ است.

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در کدام گزینه، همهٔ کمیت‌های مطرح‌شده جزء کمیت‌های اصلی بوده و یکای آن‌ها در SI به درستی بیان شده است؟

- (۱) مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)، دما (یکا: درجهٔ سلسیوس)
- (۲) مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، نیرو (یکا: نیوتون)، دما (یکا: درجهٔ سلسیوس)
- (۳) مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)، دما (یکا: کلون)
- (۴) مقدار ماده (یکا: مول)، نیرو (یکا: نیوتون)، دما (یکا: کلون)

مشاوره این تست عیناً از جدول ۱-۱ کتاب درسی مطرح شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

مجمع عمومی اوزان و مقیاس‌ها، هفت کمیت را به عنوان کمیت اصلی انتخاب کرده است؛ کمیت‌هایی که یکای آن‌ها برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شوند، کمیت‌های فرعی هستند. در جدول‌های زیر، ابتدا ۷ کمیت اصلی و یکای آن‌ها و سپس چند نمونه کمیت فرعی آمده است.

● کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلون	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

● چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی
تندی و سرعت	متر بر ثانیه (m/s)	m/s
شتاب	متر بر مربع ثانیه (m/s ²)	m/s ²
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کرده و به اشکال یا اشکالات گزینه‌های نادرست اشاره می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): یکای مقدار ماده در SI، مول و یکای دما در SI، کلون است.

گزینهٔ (۲): یکای مقدار ماده در SI، مول و یکای دما در SI، کلون است و نیرو جزء کمیت‌های اصلی نیست.

گزینهٔ (۳): همهٔ یکاها اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI درست نوشته شده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴): نیرو جزء کمیت‌های اصلی نیست.

اگر از هر هکتار زمین کشاورزی 6 kg زعفران برداشت شود، از زمینی به مساحت $6 \times 10^3 \text{ m}^2$ چند مثقال زعفران برداشت می‌شود؟ (هر مثقال را تقریباً معادل $4/5$ گرم فرض کنید).

۸۰۰ (۱) ۸۰ (۲) ۱۶۲۰ (۳) ۱۶۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

Hint

در ابتدای کار باید یکاهای داده‌های سؤال و خواسته سؤال را یکسان کنید، هکتار و کیلوگرم که داده‌های سؤال هستند را به متر مربع و مثقال که خواسته‌های سؤال هستند، تبدیل کنید.

درس‌Box

۱) پیشوندهای یکاها و نماد آن‌ها را در جدول زیر می‌بینید. از سطر سوم به بعد، آن‌ها را به خاطر بسپارید که از این‌جا به بعد خیلی از آن‌ها استفاده می‌کنیم. به خصوص پیشوندهایی که با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند، کاربرد بیشتری دارند.

پیشوندهای یکاها:

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
10^{24}	یوتا	Y	10^{-24}	یوکتو	y
10^{21}	زتا	Z	10^{-21}	زپتو	z
10^{18}	اِگزا	E	10^{-18}	آتو	a
10^{15}	پِتا	P	10^{-15}	فِمَتو	f
10^{12}	تِرا	T	10^{-12}	پیکو	p
10^9	گیگا (جیگا)	G	10^{-9}	نانو	n
10^6	مِگا	M	10^{-6}	میکرو	μ
10^3	کیلو	k	10^{-3}	میلی	m
10^2	هکتو	h	10^{-2}	سانتی	c
10^1	دِکا	da	10^{-1}	دِسی	d

۲) روش تبدیل زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم، به این صورت که ابتدا تساوی بین دو یکا که از یک نوع هستند را می‌نویسیم، مثلاً:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

کسر تبدیل حاصل از تساوی بالا به دو صورت نوشته می‌شود:

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1$$

برای تبدیل یکاها، باید کسری را انتخاب کنیم که پس از ساده‌شدن به یکای مورد نظر سؤال برسیم، مثلاً برای نوشتن تندی 6 km/s بر حسب m/s داریم:

$$6 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 6 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 6 \times 10^3 \text{ m/s}$$

گاهی لازم است اندازه یک کمیت را در چند ضریب تبدیل، ضرب کنیم.

گام اول: از هر هکتار زمین کشاورزی، 6 kg زعفران برداشت می‌شود و خواسته سؤال مقدار زعفران برداشت‌شده از $6 \times 10^3 \text{ m}^2$ زمین کشاورزی است، پس ابتدا یک هکتار را به m^2 و 6 kg را به مثقال تبدیل می‌کنیم:

می‌دانیم هر هکتار، معادل 10^4 متر مربع است. ($1 \text{ هکتار} = 10^4 \text{ m}^2$)

$$6 \text{ kg} = 6 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ مثقال}}{4/5 \text{ g}} = \frac{4}{3} \times 10^3 \text{ مثقال}$$

گام دوم: با یک تناسب ساده داریم:

$$\frac{10^4 \text{ m}^2}{\frac{4}{3} \times 10^3 \text{ مثقال}} = \frac{6 \times 10^2 \text{ m}^2}{m} \Rightarrow m = \frac{6 \times 10^2 \times \frac{4}{3} \times 10^3}{10^4} = 800 \text{ مثقال}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۴ در رابطه فرضی $\frac{3A}{2E} = \frac{B+C}{D}$ ، کمیت A برحسب ژول (J)، D برحسب مربع ثانیه (s^2) و E برحسب متر (m)

است. در این صورت، یکای کمیت B در SI کدام است؟

(۱) $kg \cdot m$

(۳) $kg \cdot m^2$

(۲) $kg \cdot \frac{m}{s}$

(۴) $kg \cdot \frac{m}{s^2}$

پاسخ: گزینه ۱

Hint

با توجه به این که یکای ژول برحسب یکاهای SI برابر $kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$ است، یکای همه کمیت‌ها را برحسب یکاهای SI در رابطه جای‌گذاری کنید تا یکای کمیت B را به دست آورید.

درس‌Box

در تساوی کمیت‌های فیزیکی، یکای دو طرف باید یکسان باشد، همچنین یکاهای یکسان را می‌توانیم با هم جمع و تفریق کنیم. مثلاً در رابطه $A = B + CD$ ، اگر A از جنس شتاب با یکای m/s^2 باشد، B هم باید از جنس کمیت شتاب باشد، پس یکای آن m/s^2 است و یکای CD هم باید برابر m/s^2 باشد، پس اگر C از جنس تندى با یکای m/s باشد، D باید از جنس عکس زمان با یکای $\frac{1}{s}$ باشد.

$$\begin{cases} (A \text{ یکای}) = (B \text{ یکای}) \Rightarrow \frac{m}{s^2} = B \text{ یکای} \\ (A \text{ یکای}) = (C \text{ یکای}) \times (D \text{ یکای}) \Rightarrow \frac{m}{s^2} = (C \text{ یکای}) \times (D \text{ یکای}) = \left(\frac{m}{s}\right)\left(\frac{1}{s}\right) \end{cases}$$

رابطه را نوشته و یکای هر کمیت را جای‌گذاری می‌کنیم: (حواستون باشه که چون یکاهای B و C با هم جمع شده‌اند، پس یکای

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یکسانی دارند و $(J = kg \cdot \frac{m^2}{s^2})$

$$\frac{3A}{2E} = \frac{B+C}{D} \Rightarrow \frac{(A \text{ یکای})}{(E \text{ یکای})} = \frac{(B \text{ یکای})}{(D \text{ یکای})} \Rightarrow \frac{kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}{m} = \frac{(B \text{ یکای})}{s^2} \Rightarrow (B \text{ یکای}) = kg \cdot m$$

۳۵ مقدار $\frac{\text{kg.m}}{\mu\text{s}^2} \times 10^2 \times 263$ ، معادل چند $\frac{\text{Mg.mm}}{\text{ns}^2}$ است؟

(۲) $2/63 \times 10^{-2}$

(۱) $2/63 \times 10^2$

(۴) $2/63 \times 10^{-4}$

(۳) $2/63 \times 10^4$

پاسخ: گزینه ۲

به کمک جدول پیشوندهای یکاها و روش تبدیل زنجیره‌ای، تک تک یکاها را به یکای خواسته‌شده سؤال تبدیل کنید.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

$$263 \times 10^2 \frac{\text{kg.m}}{\mu\text{s}^2} \times \underbrace{\frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ Mg}}{10^6 \text{ g}}}_{\text{تبدیل kg به Mg}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} \times \underbrace{\frac{1 \mu\text{s}^2}{(10^{-6})^2 \text{ s}^2} \times \frac{(10^{-9})^2 \text{ s}^2}{1 \text{ ns}^2}}_{\text{تبدیل } \mu\text{s}^2 \text{ به ns}^2}$$

$$= 263 \times 10^2 \times 10^{-6} \frac{\text{Mg.mm}}{\text{ns}^2} = 2/63 \times 10^{-2} \frac{\text{Mg.mm}}{\text{ns}^2}$$

اگر هر اینچ تقریباً برابر با $2/5$ cm و هر فوت برابر با ۱۲ اینچ باشد، مساحت دایره‌ای به شعاع 40 ft برحسب سانتی‌متر مربع کدام است؟ ($\pi = 3$)

$$4/32 \times 10^6 \quad (2)$$

$$4/32 \times 10^4 \quad (1)$$

$$1/44 \times 10^6 \quad (4)$$

$$14/4 \times 10^4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به روش زنجیره‌ای شعاع دایره را برحسب سانتی‌متر بنویسید، سپس مساحت دایره را به دست آورید.

Hint

درس‌Box

نمادگذاری علمی: در روش نمادگذاری علمی، هر عدد به صورت $a \times 10^b$ نوشته می‌شود که a عددی بین ۱ تا 10 ($1 \leq a < 10$) و b عدد صحیحی است که در توان عدد 10 نوشته می‌شود. این روش برای نوشتن اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک کاربرد دارد.

مثال

(ممیز را ۶ واحد به عقب می‌بریم) $2300000 = 2/3 \times 10^6$

(ممیز را ۴ واحد به جلو می‌بریم) $0/0009 = 9 \times 10^{-4}$

گام اول: چون خواسته سؤال برحسب سانتی‌متر مربع است، در قدم اول شعاع دایره را برحسب سانتی‌متر می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$40 \text{ ft} = 40 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ inch}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} = 1200 \text{ cm}$$

گام دوم: مساحت دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$S = \pi r^2 = 3 \times (1200)^2 = 432 \times 10^4 = 4/32 \times 10^6 \text{ cm}^2$$

دقت یک ابزار مدرج اندازه‌گیری طول، $1 \text{ mm} / 0$ است. کدام گزینه می‌تواند اندازه گزارش شده توسط این ابزار باشد؟

۳۷

(۲) $2 / 86$ دسی‌متر

(۱) $1 / 123$ متر

(۴) $2 / 65$ سانتی‌متر

(۳) $12 / 04$ کیلومتر

پاسخ: گزینه ۴

تمام گزینه‌ها را برحسب واحد یکسان میلی‌متر نوشته، سپس بررسی کنید که نتیجه کدام گزینه، عددی با دقت $1 / 0$ میلی‌متر است.

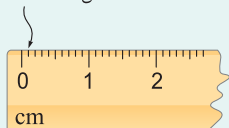
 Hint

یکی از عوامل مهم در دقت اندازه‌گیری، دقت و حساسیت وسیله اندازه‌گیری است. دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینه درجه‌بندی آن ابزارها است.

 درس‌Box

مثلاً دقت خط‌کشی که کمینه درجه‌بندی آن مطابق شکل زیر تا میلی‌متر است، برابر 1 mm است.

کمینه درجه‌بندی این خط‌کش، 1 mm است.



دقت این خط‌کش، 1 mm است.

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند.

31.2

$1^\circ \text{C} / 0$ دقت اندازه‌گیری

گام اول: اعداد تمام گزینه‌ها را برحسب میلی‌متر می‌نویسیم تا ببینیم جواب کدام گزینه عددی با دقت $1 \text{ mm} / 0$ است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$(۱) \quad 1 / 123 \text{ m} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} = 1123 \text{ mm} \xrightarrow{\text{دقت}} 1 \text{ mm} \times$$

$$(۲) \quad 2 / 86 \text{ dm} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} = 286 \text{ mm} \xrightarrow{\text{دقت}} 1 \text{ mm} \times$$

$$(۳) \quad 12 / 04 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} = 1204 \times 10^4 \text{ mm} \xrightarrow{\text{دقت}} 1 \text{ mm} \times$$

$$(۴) \quad 2 / 65 \text{ cm} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} = 26 / 5 \text{ mm} \xrightarrow{\text{دقت}} 0 / 1 \text{ mm} \checkmark$$

یک قطعه فلز به حجم 50 cm^3 و جرم 200 g را با چند سانتی متر مکعب از چوبی به چگالی 0.5 g/cm^3 به هم متصل نماییم تا مجموعه، در داخل آب به چگالی 1 g/cm^3 غوطه‌ور بماند؟

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۴۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

● چگالی، نسبت جرم به حجم است؛ یکای آن در SI کیلوگرم بر مترمکعب (kg/m^3) و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم (kg) $\uparrow$
چگالی (kg/m^3) $\downarrow$
حجم (m^3)

● یکی از یکاهای متداول چگالی g/cm^3 است که برای تبدیل به واحد kg/m^3 به روش مقابل عمل می‌کنیم:

$$\text{g/cm}^3 \xrightarrow{\times 10^{-3}} \text{kg/m}^3$$

$$\text{kg/m}^3 \xrightarrow{\times 10^{+3}} \text{g/cm}^3$$

● چگالی مخلوط: اگر دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط حاصل از رابطه مقابل محاسبه می‌شود: (در صورت تغییر نکردن حجم)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

● اگر جرم و چگالی جزء داده‌ها و خواسته‌های سؤال بود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

● اگر حجم و چگالی جزء داده‌ها و خواسته‌های سؤال بود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ شرط غوطه‌وری، برابری جرم با آب است، پس:

$$\rho_{\text{آب}} = \rho_{\text{چوب}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{فلز}} + m_{\text{چوب}}}{V_{\text{فلز}} + V_{\text{چوب}}} \Rightarrow 1 = \frac{0.5 V_{\text{چوب}} + 200}{V_{\text{چوب}} + 50} \Rightarrow V_{\text{چوب}} + 50 = 0.5 V_{\text{چوب}} + 200 \Rightarrow V_{\text{چوب}} = 300 \text{ cm}^3$$

می‌خواهیم با استفاده از فلزی به چگالی 4500 kg/m^3 کره‌ای توخالی درست کنیم. اگر شعاع داخلی کره 4 cm و

ضخامت پوسته فلزی آن 2 cm باشد، جرم فلز به کاررفته، چند گرم است؟ ($\pi = 3$)

۲۷۳۶ (۲)

۵۷۴۲ (۱)

۷۱۰ (۴)

۹۴۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

(۱) حجم کره توپر از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

شعاع کره (m)

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

حجم (m^3)

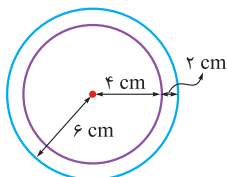
(۲) حجم کره توخالی از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{4}{3} \pi (r_{\text{خارجی}}^3 - r_{\text{داخلی}}^3)$$

شعاع داخلی شعاع خارجی

گام اول: ابتدا شکل ساده‌ای از کره رسم می‌کنیم و حجم کره توخالی را حساب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$V = \frac{4}{3} \pi (r_{\text{خارجی}}^3 - r_{\text{داخلی}}^3) = \frac{4}{3} \times 3 (6^3 - 4^3) = 608 \text{ cm}^3$$

گام دوم: به کمک رابطه چگالی، جرم فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 4500 \times 608 = 2736 \text{ g}$$

تبدیل kg/m^3 به g/cm^3

حواستون باشه که 2 cm ضخامت پوسته فلزی است و اگر شعاع داخلی را در نظر بگیرید یا فقط 2 cm را در رابطه حجم جای گذاری کنی، توی دام گزینه‌ها می‌افتی.

گول نخوری ✗

۴۰ درون یک لیتر الکل، چند سانتی متر مکعب آب بریزیم تا چگالی مخلوط، ۱۵ درصد کم تر از چگالی آب شود؟ (چگالی آب و الکل به ترتیب 1 g/cm^3 و 0.8 g/cm^3 است.)

- (۱) $\frac{50}{3}$ (۲) $\frac{100}{3}$
(۳) $\frac{500}{3}$ (۴) $\frac{1000}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: رابطه چگالی مخلوط را می نویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{آب}} - 0.15 \rho_{\text{آب}} = 0.85 \rho_{\text{آب}} = 0.85 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: رابطه چگالی مخلوط را بر حسب جرم و حجم آب و الکل می نویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} \xrightarrow{m=\rho V} 0.85 = \frac{1 \times V_{\text{آب}} + 0.8 \times 1}{V_{\text{آب}} + 1}$$

$$\Rightarrow 0.85 V_{\text{آب}} + 0.8 \times 1 = V_{\text{آب}} + 0.8 \times 1 \Rightarrow 0.15 V_{\text{آب}} = 0.2 \times 1 \Rightarrow V_{\text{آب}} = \frac{1000}{3} \text{ cm}^3$$

درون یک لیتر آب چند سانتی متر مکعب الکل بریزیم تا چگالی مخلوط، ۱۰ درصد بیشتر از چگالی الکل شود؟
(سؤال ۲۰۷ کنکور تهرانی ۱۴۰۱ (خارج از کشور)) (چگالی آب و الکل به ترتیب 1 g/cm^3 و 0.8 g/cm^3 است.)

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۱۲۰۰
(۳) ۱۵۰۰ (۴) ۱۸۰۰

۴۱

شعاع کره توپر A، ۲۰ درصد بیشتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A، ۷۶ درصد کمتر از جرم کره B باشد، چگالی کره A چند برابر چگالی کره B است؟

- (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{25}{36}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{25}{6}$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: نسبت حجم دو کره را می نویسیم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = \left(\frac{1/2 r_B}{r_B}\right)^3 = (1/2)^3$$

گام دوم: رابطه چگالی را به صورت نسبتی می نویسیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A = 0.24 m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = (0.24) \left(\frac{1}{1/2}\right)^3 = \frac{5}{36}$$

شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A نصف جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کره B است؟

(سوال ۶۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

- (۱) $12/5$ (۲) $18/5$ (۳) 34 (۴) 36

کنکور

حالت چند مورد از مواد مطرح شده در سطر زیر، پلاسما است؟

«ماده درون ستارگان – آذرخش – شفق های قطبی – آتش»

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

حالت های ماده جامد، مایع، گاز و پلاسما هستند.

پلاسما اغلب در دماهای خیلی بالا به وجود می آید. ماده درون ستارگان و بیشتر فضای بین ستاره ای، آذرخش، شفق های قطبی، آتش و ماده داخل لوله تابان لامپ های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.

طبق درس باکس، حالت هر چهار مورد مطرح شده، پلاسما است.

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک گیره فلزی روی سطح آب به حالت شناور قرار دارد. اگر دمای آب را به میزان قابل ملاحظه‌ای بالا ببریم، گیره
زیرا

- ۱) هم‌چنان روی سطح آب باقی می‌ماند - کشش سطحی آب افزایش می‌یابد
- ۲) درون آب فرو می‌رود - کشش سطحی آب کاهش می‌یابد
- ۳) هم‌چنان روی سطح آب باقی می‌ماند - کشش سطحی آب کاهش می‌یابد
- ۴) درون آب فرو می‌رود - کشش سطحی آب افزایش می‌یابد

پاسخ: گزینه ۲

کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است، در نتیجه این نیروی هم‌چسبی، سطح مایع شبیه یک پوسته تحت کشش رفتار می‌کند. هر چه قدر نیروی هم‌چسبی مایع بیشتر باشد، کشش سطحی افزایش می‌یابد. افزودن ناخالصی و افزایش دمای مایع، کشش سطحی را کاهش می‌دهد.

هرگاه دمای آب را به میزان قابل ملاحظه‌ای بالا ببریم، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطح مایع و در واقع نیروی ربایشی که مولکول‌های سطح مایع به یکدیگر وارد می‌کنند کاهش می‌یابد که باعث می‌شود کشش سطحی آب کاهش یابد و گیره فلزی درون آب فرو رود.

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از مشاهده آزمایش زیر، به کدام نتیجه می توان دست یافت؟

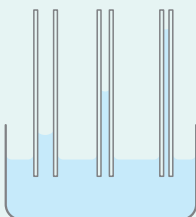
لوله موئین



- (۱) در سطح مایعات، کشش سطحی وجود دارد.
- (۲) فشار هوا سبب پایین رفتن مایع درون لوله موئین شده است.
- (۳) بزرگی نیروی هم چسبی بین مولکول های مایع بیشتر از نیروی دگر چسبی بین مولکول های مایع و لوله است.
- (۴) بزرگی نیروی هم چسبی بین مولکول های مایع کمتر از نیروی دگر چسبی بین مولکول های مایع و لوله است.

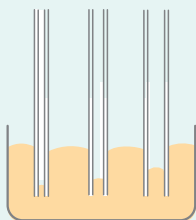
پاسخ: گزینه ۳

درس Box



لوله هایی که قطر داخلی آن ها حدود یک دهم میلی متر باشد، معمولاً لوله موئین نامیده می شوند. اگر لوله موئین شیشه ای و تمیز را وارد ظرف آب بکنیم، چون نیروی دگر چسبی بین مولکول های آب و شیشه بزرگ تر از نیروی هم چسبی بین مولکول های آب است، آب در لوله موئین بالا می رود و سطح آن بالاتر از سطح آب ظرف قرار می گیرد که هر چه قدر قطر لوله موئین کمتر باشد، ارتفاع ستون آب بیشتر است. همچنین در این حالت سطح آب به صورت فرورفته است.

اگر همین آزمایش را با جیوه انجام دهیم، چون نیروی هم چسبی بین مولکول های جیوه از نیروی دگر چسبی بین مولکول های جیوه و شیشه بزرگ تر است، جیوه در لوله موئین پایین تر از سطح جیوه در ظرف قرار می گیرد که هر چه قدر قطر لوله موئین کمتر باشد، ارتفاع ستون جیوه کمتر است، همچنین در این حالت سطح جیوه برآمده است.



چون سطح مایع برآمده است و ارتفاع مایع در لوله موئین پایین تر از سطح مایع در ظرف است، در نتیجه نیروی هم چسبی بین مولکول های مایع بیشتر از نیروی دگر چسبی بین مولکول های مایع و لوله است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۵ حالت یک ماده به اندازه نیروی بین ذره‌های آن و بستگی دارد.

(۱) الکتریکی - انرژی درونی جسم

(۲) گرانشی - انرژی درونی جسم

(۳) گرانشی - چگونگی حرکت ذره‌های سازنده

(۴) الکتریکی - چگونگی حرکت ذره‌های سازنده

مشاوره این سؤال عیناً از متن کتاب درسی مطرح شده است. متن کتاب درسی را خطبه‌خط و دقیق مطالعه کنید.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ذره‌های سازنده مواد همواره در حرکت‌اند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کند، حالت ماده به چگونگی حرکت این ذره‌ها و اندازه نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.

نیرویی که ذرات سازنده یک جسم بر هم وارد می‌کنند منشأ الکتریکی دارد، یعنی ناشی از نیرویی است که بارهای الکتریکی ذرات سازنده جسم بر هم وارد می‌کنند.

مطابق شکل، درب یک قابلمه معمولی به جرم 150g و سطح مقطع 250cm^2 ، جلوی خروج بخار آب درون قابلمه را می‌گیرد. فشار پیمانه‌ای بخار آب درون قابلمه حداکثر تا چند پاسکال می‌تواند بالا برود، بدون آن که درب قابلمه از جای خود تکان بخورد؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



۴۰ (۱)

۶۰ (۲)

۴۰۰ (۳)

۶۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

درب قابلمه نباید از جای خود تکان بخورد، پس فشار ناشی از بخار آب درون ظرف باید با فشار ناشی از وزن درب قابلمه برابر باشد.

● فشار: نسبت اندازه نیروی عمودی وارد به سطح به مساحت است و از رابطه زیر به دست می‌آید. یکای فشار، پاسکال (Pa) است.

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{mg}{A}$$

شتاب گرانش جرم
↑
مساحت سطح

● فشار پیمانه‌ای (P_g): اختلاف فشار مطلق گاز و فشار هوا:

$$P_g = P - P_0$$

فشار هوا
↑
فشار مطلق

برای این که درب قابلمه از جای خود تکان نخورد باید فشار حاصل از وزن درب قابلمه و فشار پیمانه‌ای بخار آب درون قابلمه با هم برابر باشند، پس:

$$P_{\text{بخار آب}} = P_{\text{درب}} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{150 \times 10^{-3} \times 10}{250 \times 10^{-4}} = 60\text{ Pa}$$

Hint

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

درون یک ظرف مکعبی شکل به ضلع 20 cm ، $3/4 \text{ kg}$ از مایعی به چگالی $1/7 \text{ g/cm}^3$ می‌ریزیم. فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)

$$\frac{5}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{9} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

$$P = \rho gh + P_0$$

فشار در عمق h از سطح آزاد از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$P = \text{فشار مطلق (فشار کل)}$$

اختلاف فشار مطلق با فشار جَو را فشار پیمانه‌ای (P_g) می‌گوییم:

$$P_g = P - P_0 \Rightarrow P_g = \rho gh$$

یکی از یکاهای متداول فشار، سانتی‌متر جیوه است که برای تبدیل آن به پاسکال و برعکس، روابط زیر را به کار می‌بریم:

تبدیل یکای فشار از cmHg به پاسکال:

$$P_{(\text{Pa})} = \frac{\rho_{\text{جیوه}}}{\rho_0} \times P_{(\text{cmHg})}$$

تبدیل فشار حاصل از ستون مایع بر حسب cmHg :

$$P_{(\text{cmHg})} = \frac{\rho_x}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h_x$$

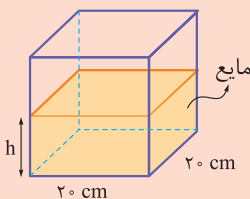
چگالی مایع
↑
ارتفاع مایع

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا باید حجم مایع داخل ظرف را محاسبه کنیم، پس:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{3/4 \times 10^{-3}}{1/7} = 2 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

گام دوم: ارتفاع مایع در ظرف را به دست می‌آوریم:



$$V = Ah \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = 20 \times 20 \times h \Rightarrow h = 5 \text{ cm}$$

گام سوم: فشار حاصل از 5 cm مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{(\text{cmHg})} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/7 \times 5}{13/6} = \frac{5}{8} \text{ cmHg}$$

درون یک ظرف استوانه‌ای، $2/5$ لیتر مایع به چگالی $1/2 \text{ g/cm}^3$ قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه 50 cm^2 باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)

(سوال ۶۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

$$4/4 \quad (۲)$$

$$2/8 \quad (۴)$$

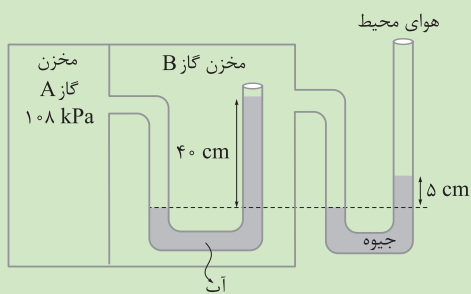
$$7/6 \quad (۱)$$

$$8/2 \quad (۳)$$

۴۸

در شکل زیر، اگر فشار گاز در مخزن A، 10.8 kPa باشد، فشار هوای محیط چند پاسکال است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) 104000

(۲) 97200

(۳) 102000

(۴) 98400

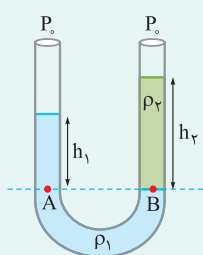
پاسخ: گزینه ۲

ابتدا در لوله سمت چپ و سپس در لوله سمت راست، اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز را بنویسید تا فشار هوای محیط به دست آید.

Hint

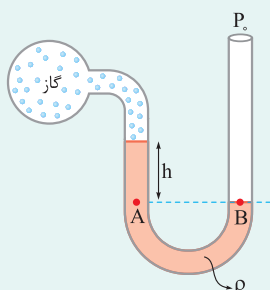
کتابخانه

در لوله‌های U شکل، مطابق شکل زیر، در نقاط هم‌تراز که در یک مایع قرار دارند، فشار برابر است:



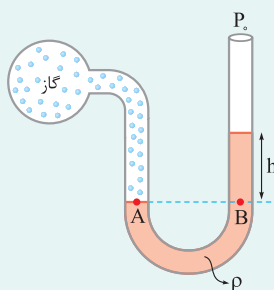
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

وسيلة اندازه‌گیری فشار گاز (مانومتر):



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho g h = P_0$$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{\text{گاز}} - P_0 = -\rho g h$)

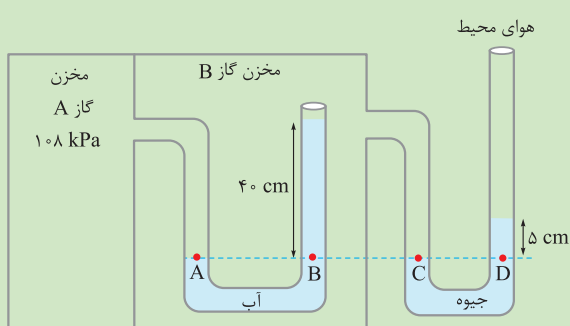


$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho g h + P_0$$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h$)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا فشار گاز مخزن B را محاسبه می‌کنیم:



از برابری فشار در نقاط هم‌تراز داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_{\text{گاز B}}$$

$$\Rightarrow 10.8 \times 10^3 = 1000 \times 10 \times 0.4 + P_{\text{گاز B}} \Rightarrow P_{\text{گاز B}} = 10.8 \times 10^3 - 4 \times 10^3 = 6.8 \times 10^3 \text{ Pa}$$

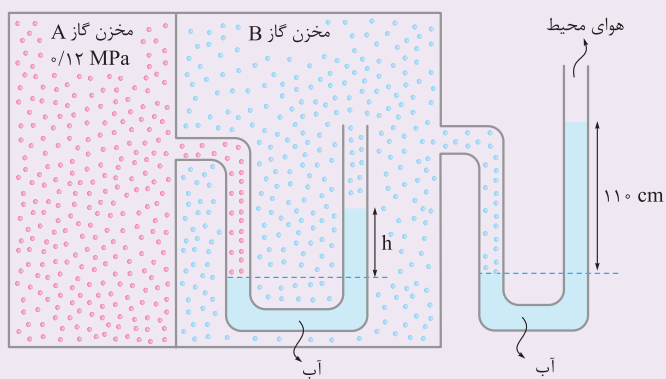
گام دوم: برابری فشار در نقاط هم تراز C و D را می نویسیم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{گاز B}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + P_0 \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز B}} - \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow P_0 = 104 \times 10^3 - 13600 \times 10 \times 0.05 = 97200 \text{ Pa}$$

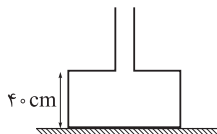
در شکل زیر مقدار h چند سانتی متر است؟ فشار هوای محیط را ۱۰۱ kPa و چگالی آب را 1000 kg/m^3 بگیرید.

(سوال ۱۴ صفحه ۵۰ کتاب درسی)



کتاب
درسی

درون ظرفی مطابق شکل که مساحت دهانه و کف آن به ترتیب 10 cm^2 و 50 cm^2 است، $2/5 L$ از مایعی به چگالی $1/2 \text{ g/cm}^3$ می‌ریزیم. اگر فشار هوای محیط 10^5 Pa باشد، نیروی وارد بر کف ظرف، چند نیوتون است؟
 $g = 10 \text{ N/kg}$ و دهانه ظرف به اندازه کافی بلند است.



(۱) ۵۴

(۲) ۵۳۰

(۳) ۵۵۴

(۴) ۱۰۴۰

پاسخ: گزینه ۳

Hint

ابتدا مشخص کنید که مایع چه حجمی از ظرف را پر می‌کند، سپس با توجه به ارتفاع مایع در ظرف، فشار کل در کف ظرف که ناشی از فشار مایع و فشار هوا است را به دست آورید و در نهایت با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، نیروی وارد بر کف ظرف را محاسبه کنید.

حجم مایع بر حسب سانتی‌متر مکعب برابر است با:

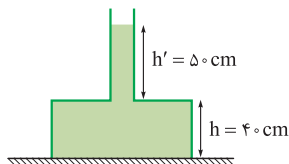
$$2/5 L = 2/5 L \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 L} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 2/5 \times 10^3 \text{ cm}^3 = 2500 \text{ cm}^3$$

(هر لیتر معادل 1000 سانتی‌متر مکعب است.)

گام دوم: ابتدا حجم قسمت پایین ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{قسمت پهن}} = Ah = 50 \times 40 = 2000 \text{ cm}^3$$

پس $500 \text{ cm}^3 (= 2500 - 2000)$ از مایع در قسمت باریک ظرف ریخته شده است، ارتفاع مایع در قسمت باریک را محاسبه می‌کنیم:



$$V_{\text{قسمت باریک}} = A'h' \Rightarrow 500 = 10 \times h' \Rightarrow h' = 50 \text{ cm}$$

گام سوم: فشار در کف ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \rho gh + P_0 = 1/2 \times 10^3 \times 10 \times (40 + 50) \times 10^{-2} + 10^5 = 110800 \text{ Pa}$$

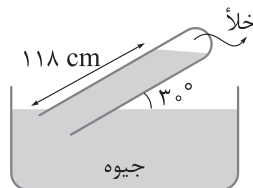
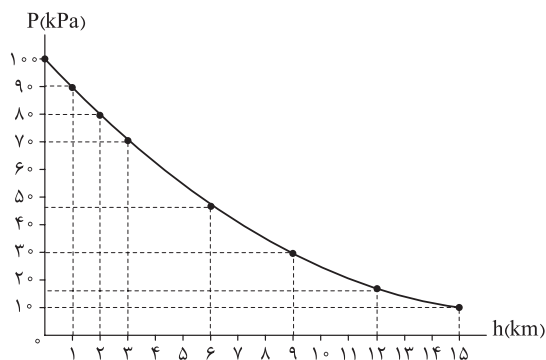
گام چهارم: خواسته سؤال، نیروی وارد بر کف ظرف است، پس:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 110800 \times 50 \times 10^{-4} = 554 \text{ N}$$

اگر فشار هوا رو در نظر نگیری، در دام گزینه (۱) می‌افتی.

کول نخوری

مطابق شکل یک فشارسنج هوا (بارومتر)، در آزمایشگاهی قرار دارد. با توجه به نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین، ارتفاع این آزمایشگاه از سطح دریا تقریباً چند کیلومتر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3$)



- (۱) ۶
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

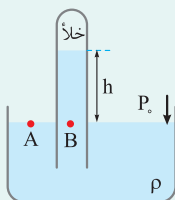
ابتدا به کمک اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، فشار هوای محیط را محاسبه کنید، سپس به کمک نمودار، ارتفاع مربوط به این فشار هوا را مشخص کنید.

Hint

درس‌Box

وسیله اندازه‌گیری فشار هوا (جوسنج یا بارومتر):

(۱) به کمک اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، فشار هوا را می‌توانیم محاسبه کنیم:

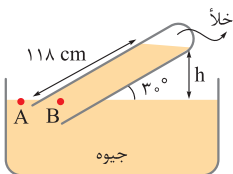


$$\left. \begin{array}{l} P_A = P_B \\ P_A = P_0 \end{array} \right\} \Rightarrow P_0 = \rho gh$$

(۲) ارتفاع ستون مایع به قائم یا مایل بودن لوله بستگی ندارد.

گام اول: ابتدا به کمک اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، فشار هوای محیط را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

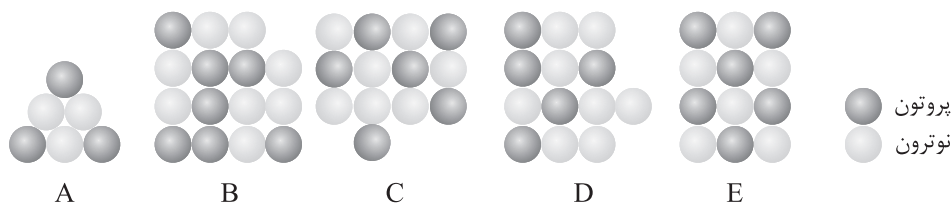


$$\sin 30^\circ = \frac{h}{l} \Rightarrow h = 118 \times \frac{1}{2} = 59 \text{ cm}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho gh = 13600 \times 10 \times 0.59 \Rightarrow P_0 = 80240 \text{ Pa} = 80.24 \text{ kPa} \approx 80 \text{ kPa}$$

گام دوم: با توجه به نمودار، فشار ۸۰ kPa مربوط به ارتفاع ۲ km سطح زمین است.

۵۱ با توجه به شکل زیر که مربوط به هسته اتم چند عنصر است، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) اتم‌های C و E ایزوتوپ یکدیگرند.
- (۲) بین دو عنصر A و E در جدول دوره‌ای، ۳ عنصر دیگر قرار دارد.
- (۳) اتم D می‌تواند یک رادیوایزوتوپ باشد.
- (۴) جرم اتمی B، به تقریب ۱/۲۵ برابر جرم اتمی E است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به شکل‌های داده‌شده، نماد عنصرهای A تا E به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{عدد جرمی (مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها)} &\leftarrow A \Rightarrow {}^A_ZX \Rightarrow {}^6_3A, {}^{15}_7B, {}^{13}_6C, {}^{13}_5D, {}^{12}_6E \\ \text{عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)} &\leftarrow Z \end{aligned}$$

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): عدد اتمی C و E یکسان و عدد جرمی آن‌ها متفاوت است؛ بنابراین دو اتم C و E ایزوتوپ یکدیگرند.
- گزینه (۲): با توجه به عددهای اتمی دو عنصر A و E، بین این دو عنصر، دو عنصر دیگر (عنصرهایی با عدد اتمی ۴ و ۵) در جدول دوره‌ای قرار دارند.

گزینه (۳): نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در اتم D، بیشتر از ۱/۵ است؛ بنابراین این اتم می‌تواند رادیوایزوتوپ باشد:

$${}^{13}_5D \Rightarrow \frac{N}{Z} = \frac{13-5}{5} = \frac{8}{5} = 1.6$$

گزینه (۴): جرم اتمی یک عنصر به تقریب با عدد جرمی آن برابر است:

$$\frac{\text{جرم اتمی } {}^{15}_7B}{\text{جرم اتمی } {}^{12}_6E} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1.25$$

۵۲ با توجه به جدول داده شده، کدام گزینه نادرست است؟

نماد ایزوتوپ ویژگی ایزوتوپ	2_2X	4_2X	5_2X	6_2X	7_2X	8_2X	9_2X	${}^{10}_2X$
نیم عمر	پایدار	پایدار	7×10^{-22} ثانیه	$8 / 1 \times 10^{-1}$ ثانیه	$2 / 9 \times 10^{-21}$ ثانیه	$1 / 2 \times 10^{-1}$ ثانیه	7×10^{-21} ثانیه	$2 / 7 \times 10^{-21}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۰/۰۰۰۱	۹۹/۹۹۹۹	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)

(۱) یک نمونه طبیعی از عنصر X ، مخلوطی از دو ایزوتوپ است.

(۲) عنصر X ، مانند منیزیم دارای ایزوتوپی است که شمار پروتون‌ها و نوترون‌های آن برابر است.

(۳) در بین ایزوتوپ‌های ساختگی عنصر X ، ایزوتوپی که شمار نوترون‌های آن سه برابر شمار پروتون‌هایش است، پایدارتر از دیگر ایزوتوپ‌ها است.

(۴) در سبک‌ترین ایزوتوپ عنصر X ، مانند سبک‌ترین ایزوتوپ عنصر هیدروژن، شمار نوترون‌ها کمتر از شمار پروتون‌ها است.



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در ایزوتوپ 8_2X ، شمار نوترون‌ها ($8 - 2 = 6$) سه برابر شمار پروتون‌ها (۲) است، اما ایزوتوپ 6_2X ، نیم‌عمر بیشتری نسبت به سایر ایزوتوپ‌های ساختگی عنصر X دارد و از همه پایدارتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): یک نمونه طبیعی از عنصر X ، مخلوطی از دو ایزوتوپ 4_2X و 6_2X است.

گزینه (۲): وقتی می‌گیریم شمار پروتون‌ها و نوترون‌های یک اتم برابر است، یعنی عدد جرمی آن اتم، دو برابر عدد اتمی‌ش! در ایزوتوپ 4_2X ، عدد جرمی دو برابر عدد اتمی است. منیزیم هم دارای ۳ ایزوتوپ ${}^{24}_{12}Mg$ ، ${}^{25}_{12}Mg$ و ${}^{26}_{12}Mg$ است و در ${}^{24}_{12}Mg$ عدد جرمی دو برابر عدد اتمی است!

گزینه (۴): درسته! ببینیم:

$${}^3_2X \Rightarrow Z=2, N=3-2=1 \Rightarrow N < Z$$

$${}^1_1H \Rightarrow Z=1, N=1-1=0 \Rightarrow N < Z$$

کدام موارد درباره ویژگی‌های جدول تناوبی درست است؟

الف) برای هر عنصر در جدول، نماد شیمیایی، عدد اتمی و عدد جرمی نشان داده شده است.

ب) آخرین عنصر این جدول، دارای ۲۳۶ ذره زیراتمی باردار است. $Z = 118$

پ) با پیمایش هر دوره از چپ به راست، خواص عناصرها به طور مشابه تکرار می‌شود، از این رو، جدول تناوبی عناصرها نامیده می‌شود.

ت) ۲۶ عنصر آن در طبیعت وجود ندارند و عدد اتمی همه آن‌ها از عدد اتمی عناصر موجود در طبیعت بیشتر است.

(۱) الف - ت

(۲) ب - پ

(۳) ب - پ - ت

(۴) الف - ب - پ

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی همه عبارت‌ها:

الف) هر خانه از جدول دوره‌ای به یک عنصر معین (و ایزوتوپ‌های آن) تعلق دارد و دارای برخی اطلاعات شیمیایی آن عنصر مانند عدد اتمی، نماد شیمیایی، نام و جرم اتمی میانگین آن است، نه عدد جرمی!

برای نمونه، خانه شماره هفت جدول به عنصر نیتروژن تعلق دارد که اطلاعات آن به صورت زیر است:

عدد اتمی	۷
نماد شیمیایی	N
نام	نیتروژن
جرم اتمی میانگین	۱۴/۰۱

نکته

با توجه به این که هر خانه جدول دوره‌ای متعلق به یک عنصر (با ایزوتوپ‌های آن) است، عدد مربوط به جرم در هر خانه آن، جرم اتمی میانگین عنصر است. با استفاده از اطلاعات و جایگاه یک عنصر در جدول دوره‌ای نمی‌توانیم به اطلاعاتی مانند شمار نوترون‌ها و عدد جرمی ایزوتوپ‌های اتم پی ببریم.

ب) جدول دوره‌ای از عنصر هیدروژن با عدد اتمی یک آغاز و به عنصر اوگانسون با عدد اتمی ۱۱۸ ختم می‌شود؛ بنابراین آخرین عنصر جدول تناوبی ۱۱۸ پروتون و ۱۱۸ الکترون و در نتیجه $118 + 118 = 236$ ذره زیراتمی باردار (الکترون و پروتون) دارد. پ) کاملاً درست!

ت) از ۱۱۸ عنصر شناخته شده، ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر که در طبیعت وجود ندارند را ما انسان‌ها با کمک واکنش‌های هسته‌ای و به طور مصنوعی، ساخته‌ایم. دقت کنید که همه عناصر ساختگی عدد اتمی بزرگ‌تری از عناصر طبیعی ندارند. مثلاً عنصر تکنسیم با عدد اتمی ۴۳، جزء عناصر ساختگی است در حالی که برخی از عناصری با عدد اتمی بزرگ‌تر از آن، مثل سرب با عدد اتمی ۸۲، جزء عناصر طبیعی هستند.

۵۴ از کدام ایزوتوپ اورانیم (${}_{92}^{235}\text{U}$) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود؟



- (۱) فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی آن
- (۲) سبک‌ترین ایزوتوپ پرتوزا و ساختگی آن
- (۳) ایزوتوپ طبیعی آن با ۱۴۳ نوترون
- (۴) سنگین‌ترین ایزوتوپ آن

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اورانیم (${}_{92}^{238}\text{U}$) شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا است که در طبیعت یافت می‌شود (رد گزینه ۲). یک نمونه طبیعی آن به طور عمده شامل دو ایزوتوپ ${}_{92}^{238}\text{U}$ و ${}_{92}^{235}\text{U}$ است و ایزوتوپ سبک‌تر آن که درصد فراوانی آن در طبیعت کم‌تر از ۷٪ درصد بوده (رد گزینه‌های (۱) و (۴)) و دارای $235 - 92 = 143$ نوترون است، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود (تأیید گزینه ۳).

درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) کار با یکای جرم اتمی در آزمایشگاه و در عمل، ناممکن است.
- (۲) جرم اتمی ایزوتوپ کربن - ۱۲، $\frac{1}{12}$ یکای جرم اتمی است.
- (۳) یک ترازو فقط جرم اجسامی را می‌تواند تعیین کند که جرم آن‌ها از دقت ترازو بیشتر یا با آن برابر باشد.
- (۴) در عناصری با دو ایزوتوپ، جرم اتمی میانگین، به جرم اتمی ایزوتوپی با درصد فراوانی بیشتر، نزدیک‌تر است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) درست و گزینه (۲) نادرست است.
طبق قرارداد، یکا یا واحد جرم اتمی (amu)، $\frac{1}{12}$ جرم یک اتم کربن - ۱۲ (^{12}C) است، بنابراین جرم یک اتم کربن - ۱۲، ۱۲ amu؛ یعنی ۱۲ برابر یکای جرم اتمی است. در رابطه با گزینه (۴) نکته زیر رو بخونید.

آیا جرم اتمی میانگین یک عنصر همواره به ایزوتوپی نزدیک‌تر است که درصد فراوانی بیشتری دارد؟



برای عنصرهایی با دو ایزوتوپ، جرم اتمی میانگین همواره به جرم اتمی ایزوتوپی نزدیک‌تر است که درصد فراوانی بیشتری دارد؛ مثلاً لیتیم دو ایزوتوپ طبیعی ^6Li و ^7Li دارد که درصد فراوانی ^7Li بیشتر است؛ به همین دلیل جرم اتمی میانگین لیتیم (۶/۹۴ amu) به جرم اتمی ایزوتوپ ^7Li نزدیک‌تر است، ولی *مواستون باشد* که برای عنصرهایی با ۳ ایزوتوپ به بالا، این نکته لزوماً برقرار نیست؛ یعنی جرم اتمی میانگین همواره به جرم ایزوتوپی که درصد فراوانی بیشتری دارد، نزدیک‌تر نیست، مثلاً عنصر Zn دارای ۵ ایزوتوپ طبیعی (^{64}Zn ، ^{66}Zn ، ^{67}Zn ، ^{68}Zn ، ^{70}Zn) است و ایزوتوپ ^{64}Zn بیشترین درصد فراوانی را دارد، اما جرم اتمی میانگین این عنصر (۶۵/۳۹ amu) به جرم اتمی ایزوتوپ ^{66}Zn نزدیک‌تر است. این نکته برای عنصرهایی با چند ایزوتوپ، زمانی برقرار است که درصد فراوانی یکی از ایزوتوپ‌ها، به طور فاحشی از دیگر ایزوتوپ‌ها بیشتر باشد؛ مثلاً نئون دارای ۳ ایزوتوپ ^{20}Ne (با فراوانی ۹۰/۵٪)، ^{21}Ne (با فراوانی ۰/۲۷٪) و ^{22}Ne (با فراوانی ۹/۲۳٪) است و چون فراوانی ایزوتوپ ^{20}Ne خیلی بیشتر از دو ایزوتوپ دیگر است، جرم اتمی میانگین نئون (۲۰/۱۸ amu) به جرم اتمی این ایزوتوپ نزدیک‌تر می‌باشد.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر، به ترتیب کدام است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Mg} = 24 : \text{g.mol}^{-1}$)

- جرم اتمی ^1H ، اندکی بیشتر از 1 amu است.
- نماد سه ذره زیراتمی الکترون، پروتون و نوترون را به ترتیب می‌توان به صورت $^0_{-1}\text{e}$ ، ^1_1p و ^1_0n نشان داد.
- شمار مول‌ها در 6 گرم منیزیم با شمار مول‌ها در 10 گرم کلسیم برابر است.
- در یک نمونه یک گرمی از ایزوتوپ ^1H ، به تقریب $6/02 \times 10^{23}$ اتم وجود دارد.

- (۱) درست - درست - نادرست (۲) درست - نادرست - نادرست - درست
(۳) نادرست - نادرست - درست - نادرست (۴) درست - نادرست - درست - درست

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست و عبارت دوم نادرست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: ^1H دارای ۱ پروتون و ۱ الکترون بوده و خبری از نوترون در آن نیست؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$^1\text{H} = 1/0073 \text{ amu} + 1/0005 \text{ amu} = 1/0078 \text{ amu} \approx 1/008 \text{ amu}$$

همان‌طور که می‌بینید جرم اتمی این ایزوتوپ، اندکی بیشتر از 1 amu است.

عبارت دوم: برای نمایش ذره‌های زیراتمی، جرم نسبی آن‌ها را در گوشه سمت چپ بالا و بار نسبی آن‌ها را در گوشه سمت چپ پایین نماد ذره زیراتمی قرار می‌دهند؛ بنابراین نماد درست سه ذره به صورت $^0_{-1}\text{e}$ ، ^1_1p و ^1_0n است.

عبارت سوم: ببینید:

$$6 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} = \frac{1}{4} \text{ mol Mg}$$

$$10 \text{ g Ca} \times \frac{1 \text{ mol Ca}}{40 \text{ g Ca}} = \frac{1}{4} \text{ mol Ca}$$

عبارت چهارم: شیمی‌دان‌ها مول را پوری تعریف کردند که از نظر عددی، جرم ۱ اتم برحسب amu با جرم ۱ مول اتم برحسب گرم برابر شده و به تقریب برابر با عدد جرمی آن شود؛ بنابراین:

$$^1\text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1} = \text{جرم مولی (جرم } ^1\text{H اتم } 6/02 \times 10^{23} \text{)} \Rightarrow 1 = \text{عدد جرمی} \Rightarrow \text{در اتم } ^1\text{H}$$

پس در یک نمونه ۱ گرمی از ایزوتوپ ^1H ، به تقریب ۱ مول یا $6/02 \times 10^{23}$ اتم ^1H وجود دارد.

مقدار عددی سه کمیت عدد جرمی، جرم اتمی و جرم مولی برای عناصرها تقریباً با هم برابر است، اما در مفهوم تفاوت اساسی با هم دارند.



ویژگی	تعریف	یکا
عدد جرمی	مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها	یکا ندارد
جرم اتمی	جرم یک اتم برحسب یکای جرم اتمی	amu
جرم مولی	جرم یک مول اتم ($6/02 \times 10^{23}$ اتم) برحسب گرم	g.mol^{-1}

اگر در شکل زیر، به جای وزنه قرار گرفته بر روی ترازو، سنگین ترین ایزوتوپ پایدار هیدروژن قرار گیرد، چه تعداد الکترون، جرمی معادل جرم آن را خواهند داشت؟ (عدد جرمی را معادل جرم اتمی در نظر بگیرید.)



۲۰۰۰ (۱)

۳۰۰۰ (۲)

۴۰۰۰ (۳)

۶۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هیدروژن دارای ۲ ایزوتوپ پایدار ${}^1\text{H}$ و ${}^2\text{H}$ است؛ بنابراین سنگین ترین ایزوتوپ پایدار آن، ${}^2\text{H}$ می باشد.

ایزوتوپ پرتوزا (رادیوایزوتوپ) ${}^3\text{H}$ → ${}^1\text{H}$, ${}^2\text{H}$: ایزوتوپ های طبیعی هیدروژن ایزوتوپ های پایدار

از نظر عددی، جرم اتمی ایزوتوپ ${}^2\text{H}$ برابر عدد جرمی آن، یعنی ۲ amu است. حالا باید حساب کنیم که چه تعداد الکترون، ۲ amu جرم دارد. می دانیم که جرم هر الکترون به تقریب برابر با 0.0005 amu است، بنابراین داریم:

$$\left[\begin{array}{cc} \text{جرم (amu)} & \text{شمار الکترون ها} \\ 1 & \frac{1}{2000} \\ x & 2 \end{array} \right] \Rightarrow x = \frac{2}{\frac{1}{2000}} = 2 \times 2000 = 4000$$

با توجه به داده‌های جدول که مربوط به سه ایزوتوپ عنصر A است، مقدار جرم اتمی ایزوتوپ A' (x) کدام است؟ **۵۸**

جرم اتمی میانگین	فراوانی	جرم اتمی (amu)	اتم
$36/8$	$3/5a$	۳۶	A (سبک‌ترین ایزوتوپ)
	a	x	A'
	$0/5a$	$40/2$	A''

۳۸ / ۲ (۴)

۳۷ / ۹ (۳)

۳۷ / ۵ (۲)

۳۶ / ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

جرم اتمی میانگین را از رابطه‌های زیر به دست می‌آورند:

(۱) روش اول (استفاده از فرمول کتاب درسی):

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$

در این رابطه منظور از M_1 ، M_2 و ... جرم اتمی هر یک از ایزوتوپ‌ها و F_1 ، F_2 و ... فراوانی هر یک از آن‌ها می‌باشد.

(۲) روش دوم (استفاده از فرمول تستی): محاسبات مسائل جرم اتمی میانگین به کمک فرمول بالا، وقت‌گیر و دشوار است، ولی می‌توانید با استفاده از فرمول زیر محاسبات را ساده‌تر کرده و سرعت حل این‌گونه مسائل را چند برابر کنید:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} (\overbrace{M_2 - M_1}^{\text{تفاوت جرم اتمی ایزوتوپ ۲ و ایزوتوپ سبک‌تر}}) + \frac{F_3}{F_{\text{کل}}} (\overbrace{M_3 - M_1}^{\text{تفاوت جرم اتمی ایزوتوپ ۳ و ایزوتوپ سبک‌تر}}) + \dots$$

↓
جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر

با توجه به فراوانی هر ایزوتوپ، فراوانی کل ایزوتوپ‌های عنصر A برابر است با $3/5a + a + 0/5a = 5a$ ؛ بنابراین داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

روش اول:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} \Rightarrow 36/8 = \frac{(36 \times 3/5a) + (x \times a) + (40/2 \times 0/5a)}{5a}$$

$$\Rightarrow 36/8 = \frac{a(126 + x + 20/1)}{5a} \Rightarrow 184 = x + 146/1 \Rightarrow x = 37/9 \text{ amu}$$

روش دوم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{F_{\text{کل}}} (M_3 - M_1) \Rightarrow 36/8 = 36 + \frac{a}{5a} (x - 36) + \frac{0/5a}{5a} (40/2 - 36)$$

$$\Rightarrow 0/8 = \frac{1}{5} (x - 36) + \frac{0/5}{5} (4/2) \xrightarrow{\text{طرفین معادله را در ۵ ضرب می‌کنیم.}} 4 = x - 36 + 2/1 \Rightarrow x = 40 - 2/1 = 37/9 \text{ amu}$$

۵۹ اگر در ۹۶ گرم از ترکیبی با فرمول AO_3 ، $2/709 \times 10^{24}$ اتم وجود داشته باشد، جرم مولی عنصر A کدام است؟
($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

۳۲ (۴)

۲۸ (۳)

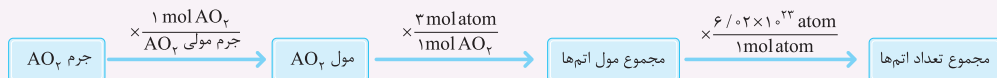
۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا جرم AO_3 را به کمک جرم مولی آن، به تعداد مول AO_3 تبدیل می‌کنیم، سپس به کمک تعداد اتم‌ها در فرمول AO_3 ، از مول AO_3 به مجموع مول اتم‌ها می‌رسیم ($1 \text{ mol } AO_3 = 1 \text{ mol } A + 3 \text{ mol } O = 3 \text{ mol atom}$) در آخر مجموع مول اتم‌ها را به کمک عدد آووگادرو، به مجموع تعداد اتم‌ها تبدیل می‌کنیم.



پاسخ خیلی تشریحی

$$96 \text{ g } AO_3 \times \frac{1 \text{ mol } AO_3}{(A + 32) \text{ g } AO_3} \times \frac{3 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } AO_3} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = \frac{2/709 \times 10^{24}}{1}$$

جرم مولی AO_3 نسبت مولی تبدیل مول به تعداد

$$\Rightarrow A + 32 = \frac{96}{1/5} = \frac{960}{15} = 64 \Rightarrow A = 64 - 32 = 32 \text{ g.mol}^{-1}$$

$AO_3 \sim 3 \text{ اتم}$

یه جور دیگه

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}}$$

AO_3 اتم

$$\frac{96}{x + 32} = \frac{2/709 \times 10^{24}}{3 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow \frac{96}{x + 32} = \frac{9/03 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow 1/5x + 48 = 96 \Rightarrow 1/5x = 48 \Rightarrow x = 32$$

گوگرد می‌تواند در شرایط معین با فلئور ترکیبی با فرمول شیمیایی SF_n تشکیل دهد. اگر $2/92$ گرم از فراورده، $12/04 \times 10^{21}$ مولکول را در بر داشته باشد، n کدام عدد است؟ ($S = 32$, $F = 19 \text{ g.mol}^{-1}$)

(سوال ۱۰۸ کنکور تهری ۱۴۰۲ - نوبت دوم)

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

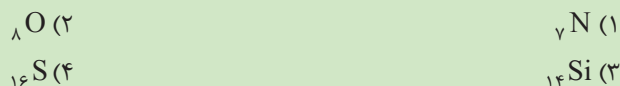
۶ (۱)

کنکور

۶۰

میانگین جرم هر اتم X ، در حدود $2/33 \times 10^{-23} \text{ g}$ است. اگر جرم مولی را به تقریب برابر با عدد جرمی در نظر بگیریم،

با فرض یکسان بودن شمار ذرات زیراتمی درون هسته، اتم X کدام عنصر می تواند باشد؟



پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: محاسبه جرم مولی اتم X :

با استفاده از تناسب زیر داریم:

$$\left[\begin{array}{cc} \text{جرم (g)} & \text{تعداد اتم} \\ 2/33 \times 10^{-23} & 1 \\ 6/02 \times 10^{-23} & x \end{array} \right] \Rightarrow \text{جرم مولی اتم } X = 2/33 \times 10^{-23} \times 6/02 \times 10^{23} = 2/33(6+0/02) = 13/98 + 0/0466 = 14/0266 \approx 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

گام دوم: با تقریب خوبی جرم مولی را از نظر عددی برابر با عدد جرمی در نظر می گیریم. از آن جا که عدد جرمی یک اتم برابر با مجموع تعداد پروتون ها و نوترون های آن است، شمار پروتون ها و عدد اتمی عنصر مورد نظر را پیدا می کنیم.

$$p = \frac{14}{2} = 7 \Rightarrow \text{عدد اتمی عنصر } X = 7 \Rightarrow {}_7\text{X} \equiv {}_7\text{N}$$

با هم برابر

اگر میانگین جرم هر اتم بور (B)، در حدود $1/794 \times 10^{-23} \text{ g}$ باشد، جرم مولی آن را حساب و با جدول دوره ای مقایسه کنید.

(شیمی (۱) - تمرین ۶ صفحه ۳۳ کتاب درسی)

۳۴/۵ میلی لیتر اتانول (C_2H_6O) با چگالی $0.8 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ ، شامل چند مول از آن است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

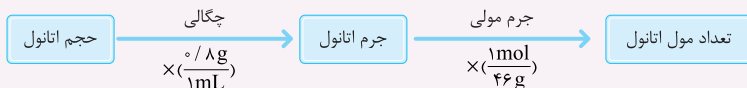
۰/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

Hint

ابتدا حجم اتانول را با استفاده از چگالی آن به جرم تبدیل کرده، سپس جرم اتانول را به کمک جرم مولی آن به تعداد مول اتانول

تبدیل می کنیم:



$$34.5 \text{ mL } C_2H_6O \times \frac{0.8 \text{ g } C_2H_6O}{1 \text{ mL } C_2H_6O} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6O}{46 \text{ g } C_2H_6O} = \frac{34.5 \times 0.8}{46} = \frac{34.5 \times 8}{100 \times 46} = \frac{276}{4600} = 0.06$$

$$\frac{34.5}{23} = 1.5 \rightarrow \frac{1.5 \times 4}{100} = 0.06 \text{ mol } C_2H_6O$$

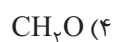
$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی}}$$

$$= \frac{0.8 \times 34.5}{46} = \frac{1 \times 34.5}{100 \times 46} = 0.06$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یه جور دیگه

در جرم یکسان، شمار مولکول‌ها در کدام مورد زیر، بیشتر است؟ ($S = 32, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به فرمول مول، در جرم یکسان از چند ترکیب مولکولی مختلف، هر چه قدر جرم مولی یک ترکیب کمتر باشد، تعداد مول‌های آن و در نتیجه تعداد یا شمار مولکول‌های آن ترکیب بیشتر خواهد بود.

$$\uparrow \text{تعداد مول} = \frac{\text{جرم (یکسان)}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\uparrow \text{تعداد مولکول}}{\text{عدد آووگادرو (ثابت)}}$$

بنابراین باید جرم مولی ترکیب‌ها را به دست بیاوریم و ترکیبی که جرم مولی کم‌تری دارد را به عنوان پاسخ انتخاب کنیم.

$$SO_2 \text{ جرم مولی} = 32 + 2(16) = 64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$O_3 \text{ جرم مولی} = 3(16) = 48 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$CSO \text{ جرم مولی} = 12 + 32 + 16 = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$CH_4O \text{ جرم مولی} = 12 + 2(1) + 16 = 30 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow \text{بیشترین تعداد مولکول} \sim \text{کم‌ترین جرم مولی}$$

۶۳ کدام گزینه درست است؟

- (۱) نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا تجزیه شده و گستره‌ای گسسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند.
- (۲) از روی رنگ شعله بسیاری از نمک‌ها، می‌توان به وجود عنصرهای فلزی و نافلزی در آن‌ها پی برد.
- (۳) به کمک دستگاه طیف‌سنج، می‌توان دمای خورشید را اندازه‌گیری کرد.
- (۴) اگر ترکیبی در شعله رنگ سرخ ایجاد کند، آن ترکیب قطعاً دارای عنصر لیتیم است.

پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. دقت کنید که طیف حاصل از تجزیه نور خورشید، شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های مختلف است و نه ۷ طول موج! هر یک از ۷ رنگ سرخ تا بنفش نور مرئی، گستره‌ای از طول موج‌ها در محدوده ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر را شامل می‌شوند.

گزینه (۲): از روی رنگ شعله بسیاری از نمک‌ها می‌توان به وجود عنصر فلزی در آن (کاتیون سازنده آن) پی برد، اما هیچ‌پوره نمی‌شه نافلز یا آنیون سازنده نمک را تشخیص داد.

گزینه (۴): رنگ سرخ ایجادشده در یک شعله، می‌تواند نشان‌دهنده وجود عنصر لیتیم باشد. در آزمون شعله، چشم ما رنگ غالب نشرشده را می‌بیند و این رنگ غالب ممکن است برای دو فلز یکسان باشد. برای تشخیص دقیق، باید از طیف نشری خطی که برای هر عنصر، منحصربه‌فرد است، استفاده شود.

کدام مقایسه به درستی انجام نشده است؟

- ۱) طول موج نور: نیلی < زرد < آبی
- ۲) انرژی: ریزموجها > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس
- ۳) طول موج: امواج رادیویی < پرتوهای فروسرخ < پرتوهای گاما
- ۴) انرژی نور: سرخ > نارنجی > بنفش

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شما باید مقایسه‌های طول موج و انرژی امواج الکترومغناطیس رو بلد باشید. (طول موج با انرژی رابطه وارونه دارد):

امواج رادیویی < ریزموجها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس < پرتوهای گاما: طول موج
 امواج رادیویی > ریزموجها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس > پرتوهای گاما: انرژی

برای بخش مرئی امواج الکترومغناطیس هم داریم:

سرخ < نارنجی < زرد < سبز < آبی < نیلی < بنفش: طول موج نورهای مرئی
 سرخ > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش: انرژی نورهای مرئی

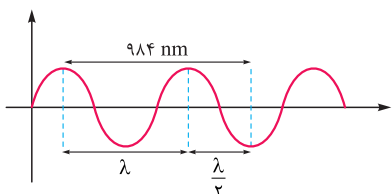
با توجه به شکل زیر که یک پرتو الکترومغناطیس را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) این پرتو با چشم انسان قابل مشاهده نیست.
- (۲) میزان زاویه شکست این پرتو پس از عبور از منشور، بیشتر از زاویه شکست نور سبزرنگ است.
- (۳) می‌تواند مربوط به نوار رنگی با کم‌ترین انرژی در طیف نشری خطی اتم هیدروژن باشد.
- (۴) انرژی نور نشرشده در رنگ شعله مس (II) کلرید، کمتر از انرژی این پرتو الکترومغناطیس است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا طول موج پرتو داده‌شده را به دست می‌آوریم: (به فاصله بین دو قله یا دره متوالی موج (دو نقطه مشابه متوالی در موج)، طول موج می‌گویند).



$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 984 \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 984 \Rightarrow \lambda = 656 \text{ nm}$$

با توجه به محدوده طول موج رنگ‌ها در نور مرئی، این پرتو بخشی از نور قرمز است.



گام دوم: حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

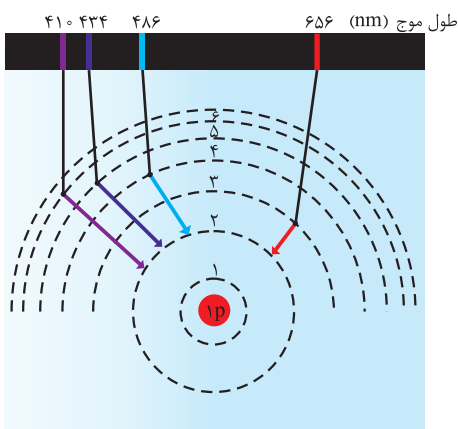
گزینه (۱): چشم ما تنها گستره مرئی امواج الکترومغناطیس با محدوده طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر را می‌تواند ببیند؛ بنابراین پرتویی با طول موج ۶۵۶ nm (رنگ قرمز) را می‌توانیم با چشم ببینیم.

هر چه طول موج یک نور مرئی کوتاه‌تر باشد یا انرژی آن بیشتر باشد، میزان انحراف آن پس از عبور از منشور بیشتر است.

انرژی پرتو $\propto$ میزان شکست و انحراف پرتو

گزینه (۲):

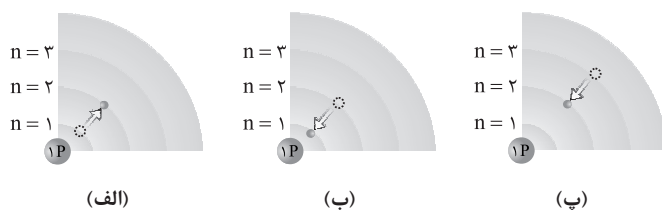
سرخ > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش
(طول موج بیشتر) (طول موج کمتر)



گزینه (۳): در بخش مرئی طیف نشری خطی هیدروژن چهار نوار رنگی بنفش، نیلی، آبی و قرمز دیده می‌شود. نوار رنگی قرمز با طول موج ۶۵۶ nm، کم‌ترین انرژی را در بین این خطوط مرئی دارد.

گزینه (۴): رنگ شعله مس (Cu) و نمک‌های آن (مانند مس (II) کلرید)، سبز است. انرژی نور سبز از نور قرمز بیشتر است.

۶۶ با توجه به شکل‌های زیر، کدام گزینه درست است؟



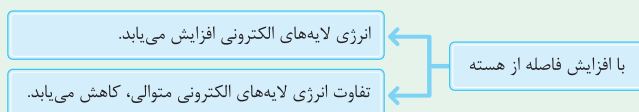
(۱) محدوده‌های پرننگ در ساختارهای لایه‌ای نشان داده شده، بخش‌هایی هستند که احتمال حضور الکترون تنها در آن نقاط وجود دارد.

(۲) شکل‌های (ب) و (پ)، بازگشت الکترون به حالت پایه اتم هیدروژن را نشان می‌دهند.
(۳) انرژی مبادله‌شده در انتقال‌های (الف) و (ب) با یکدیگر برابر بوده و بیشتر از انرژی مبادله‌شده در انتقال (پ) است.
(۴) طول موج نور مرئی نشرشده در انتقال الکترونی (ب)، کوتاه‌تر از طول موج نور نشرشده در انتقال الکترونی (پ) است.

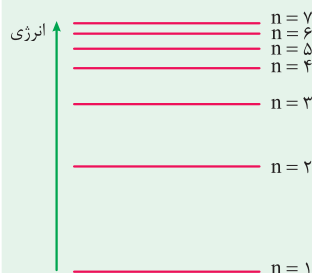
پاسخ: گزینه ۳



(۱)



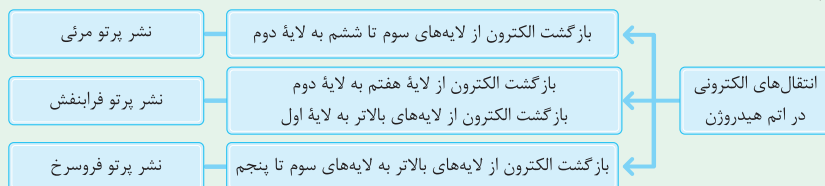
بنابراین با توجه به شکل:



مقایسه تفاوت انرژی: $(n=4 \rightarrow n=3) < (n=3 \rightarrow n=2) < (n=2 \rightarrow n=1)$

مقایسه طول موج پرتو نشرشده: $(n=4 \rightarrow n=3) > (n=3 \rightarrow n=2) > (n=2 \rightarrow n=1)$

(۲)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ انرژی جذب‌شده در انتقال الکترونی (الف) (انتقال الکترون از لایه $n=1$ به $n=2$) با انرژی پرتوی نشرشده در انتقال الکترونی (ب) (انتقال الکترون از لایه $n=2$ به $n=1$) برابر است. با افزایش فاصله از هسته، تفاوت انرژی لایه‌های الکترونی متوالی، کاهش می‌یابد؛ بنابراین تفاوت انرژی $n=3$ و $n=2$ ، کمتر از تفاوت انرژی $n=2$ و $n=1$ بوده و بنابراین انرژی مبادله‌شده در انتقال (پ)، کمتر از انتقال‌های (الف) و (ب) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته می‌تواند حضور داشته باشد. محدوده‌های پررنگ در ساختار لایه‌ای اتم، بخش‌هایی هستند که الکترون‌های آن لایه، بیشتر وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند و در محدوده یادشده **احتمال حضور** بیشتری دارند؛ نه این‌که فقط در این محدوده وجود داشته باشند!

گزینه (۲): حالت پایه برای اتم هیدروژن $n = 1$ است، اما شکل (پ) بازگشت الکترون به لایه $n = 2$ را نشان می‌دهد، نه حالت پایه!

گزینه (۴): در اتم هیدروژن، انتقال‌های الکترونی از لایه‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ به لایه ۲ باعث نشر نور در محدوده مرئی می‌شود، بنابراین پرتوی نشرشده در انتقال الکترونی $n = 2$ به $n = 1$ (شکل (ب)) در محدوده نور مرئی قرار ندارد (در محدوده فرابنفش است).

۶۷ با توجه به شکل‌های زیر، در کدام گزینه دماهای نسبت داده شده به شکل‌ها درست است؟



(شعله شمع)

(a)



(سشوار)

(b)



(شعله آبی رنگ اجاق گاز)

(c)

۲ $۲۷۵^{\circ}\text{C} : \text{c}$ ، $۱۷۵^{\circ}\text{C} : \text{b}$ ، $۸۰۰^{\circ}\text{C} : \text{a}$

۴ $۱۷۵^{\circ}\text{C} : \text{c}$ ، $۲۷۵^{\circ}\text{C} : \text{b}$ ، $۸۰۰^{\circ}\text{C} : \text{a}$

۱ $۸۰۰^{\circ}\text{C} : \text{c}$ ، $۲۷۵^{\circ}\text{C} : \text{b}$ ، $۱۷۵^{\circ}\text{C} : \text{a}$

۳ $۲۷۵^{\circ}\text{C} : \text{c}$ ، $۸۰۰^{\circ}\text{C} : \text{b}$ ، $۱۷۵^{\circ}\text{C} : \text{a}$

پاسخ: گزینه ۳

هر چه انرژی نور بیشتر باشد، دمای مربوط به آن بالاتر است؛ بنابراین:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

قرمز > زرد > آبی : انرژی نور

$۲۷۵^{\circ}\text{C} > ۱۷۵^{\circ}\text{C} > ۸۰۰^{\circ}\text{C}$
دمای مربوط به نور: آبی (c) زرد (a) قرمز (b)

کدام گزینه درست است؟

- (۱) رنگ شعله فلزهایی که در یک گروه از جدول دوره‌ای قرار دارند، یکسان است.
- (۲) انرژی و ماده در نگاه ماکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی و در نگاه میکروسکوپی، پیوسته به نظر می‌رسند.
- (۳) در مدل اتمی بور، دادوستد انرژی هنگام انتقال الکترون بین مدارها، کوانتومی است.
- (۴) انرژی الکترون‌ها در اتم با فاصله آن‌ها از هسته، رابطه معکوس دارد.

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): کی گفته! مثلاً فلزهای لیتیم (Li) و سدیم (Na) در یک گروه جدول قرار دارند، ولی رنگ شعله فلز لیتیم، سرخ و رنگ شعله فلز سدیم، زرد است.

گزینه (۲): خرمن گندم (ماده) از دور و در نگاه ماکروسکوپی به شکل توده‌ای یکپارچه است، ولی دیدن آن از نزدیک در نگاه میکروسکوپی، دانه‌های جدا از هم را نشان می‌دهد. انرژی نیز مانند ماده در نگاه ماکروسکوپی، پیوسته و در نگاه میکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی است.

گزینه (۴): با افزایش فاصله از هسته، انرژی لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد؛ بنابراین انرژی الکترون‌ها با فاصله آن‌ها از هسته رابطه مستقیم دارد نه معکوس!

کدام موارد زیر درباره طیف نشری خطی اتم هیدروژن، درست است؟

الف) به کمک مدل اتمی بور می توان آن را توجیه کرد.

ب) همانند طیف نشری خطی اتم لیتیم، دارای چهار خط یا نوار طیفی در گستره امواج الکترومغناطیس است.

پ) نوار آبی رنگ در این طیف ناشی از انتقال الکترونی از لایه چهارم به حالت پایه است.

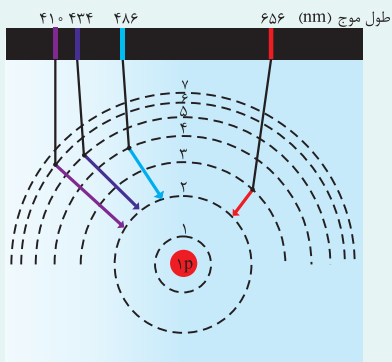
ت) نوارهای رنگی این طیف با افزایش طول موج پرتوها، از یکدیگر دورتر می شوند.

(۱) الف - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۴

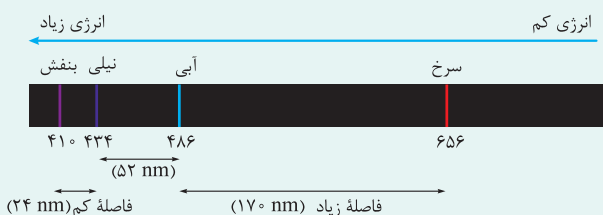
کوتاه Box

(۱) در گستره مرئی طیف نشری خطی به دست آمده از اتم های هیدروژن، چهار خط یا نوار رنگی وجود دارد. این خطوط مربوط به انتقال الکترون از لایه های بالاتر ($n = 3, 4, 5, 6$) به لایه دوم ($n = 2$) هستند. ویژگی ها و چگونگی تشکیل این خطوط این طور یاست:



رنگ نوار	طول موج (nm)	چگونگی تشکیل
بنفش	۴۱۰	مربوط به انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 2$
نیلی	۴۳۴	مربوط به انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$
آبی	۴۸۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$
سرخ	۶۵۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = 3$ به $n = 2$

(۲) در طیف نشری خطی هیدروژن، با افزایش طول موج پرتوهای نشر شده، تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور هم، بیشتر می شود. یا می توان گفت در طیف نشری خطی هیدروژن هر چه به سمت خطوط پراثری می رویم، فاصله بین خطوط، کم تر می شود.



عبارت های «الف» و «ت» درست اند.

پاسخ خیلی تشریحی

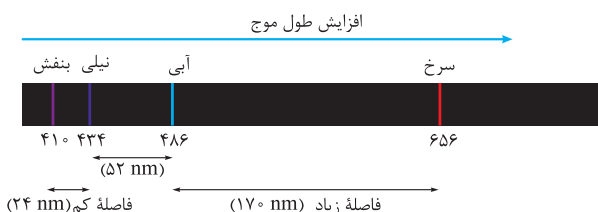
بررسی همه عبارت ها:

الف) مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند؛ اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عناصر را نداشت.

ب) باید می گفت در مصوره مرئی! طیف نشری خطی هر یک از اتم های هیدروژن و لیتیم در محدوده مرئی (نه کل محدوده امواج الکترومغناطیس!) شامل ۴ خط یا نوار رنگی است.

پ) حالت پایه برای اتم هیدروژن $n = 1$ است. نوار آبی در طیف نشری خطی هیدروژن مربوط به انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$ است، نه از $n = 4$ به $n = 1$!

ت) در طیف نشری خطی هیدروژن با افزایش طول موج نوارهای رنگی (حرکت به سمت نوار سرخ رنگ)، فاصله بین خطوط در طیف بیشتر شده و خطوط رنگی از یکدیگر دورتر می شوند.



درستی یا نادرستی کدام گزینه با درستی یا نادرستی عبارت زیر، متفاوت است؟

«پرتویی با طول موج ۲۰۰ نانومتر می‌تواند از نوع پرتوهای فرابنفش باشد.»

(۱) اتم در حالت برانگیخته نسبت به اتم در حالت پایه، پایداری و انرژی کمتری دارد.

(۲) انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون، متفاوت است.

(۳) هر چه عدد اتمی یک عنصر بزرگ‌تر باشد، تعداد کل خطوط در طیف نشری خطی آن بیشتر است.

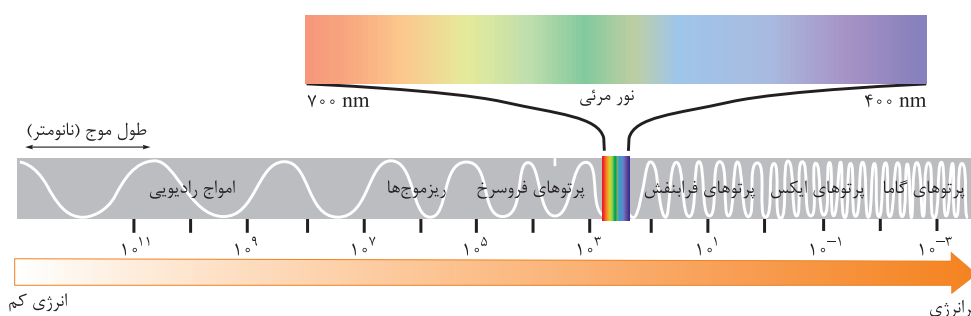
(۴) کاربرد طیف‌های نشری خطی از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد خط‌نماد (بارکد) روی جعبه یا بسته مواد غذایی است.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه‌های (۲) تا (۴) مانند عبارت اولیه درست بوده، اما گزینه (۱) نادرست است.

با توجه به شکل زیر، پرتویی با طول موج ۲۰۰ nm (کمتر از محدوده طول موج مرئی (۴۰۰-۷۰۰ nm)) می‌تواند از نوع پرتوهای فرابنفش باشد.



بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): پایداری با انرژی رابطه وارونه دارد. اتم‌ها در حالت برانگیخته نسبت به حالت پایه، انرژی بیشتر و در نتیجه پایداری کمتری دارند.

گزینه (۲): انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی (Z) آن وابسته است، بنابراین در اتم عنصرهای گوناگون (با عددهای اتمی متفاوت) انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها، متفاوت است.

گزینه (۳): خطوط موجود در طیف نشری خطی عناصر، در نتیجه انتقال الکترون‌های آن‌ها از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر است؛ پس هر چه عدد اتمی و تعداد الکترون‌های یک اتم بیشتر باشد، تنوع انتقال‌های الکترونی و تعداد خطوط در طیف نشری خطی عنصر بیشتر خواهد بود.

گزینه (۴): کاملاً درسته! طیف نشری خطی هر عنصر منحصر به فرد بوده و برای شناسایی عنصرها استفاده می‌شود. هر ماده غذایی و کالا در فروشگاه‌ها دارای خط‌نماد (بارکد) منحصر به فرد است که با خواندن آن به وسیله دستگاه لیزری ویژه، نوع و قیمت آن روی صفحه نمایش، ظاهر می‌شود و برای شناسایی اطلاعات آن مورد استفاده قرار می‌گیرد.