

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله چهارم

پایه یازدهم

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۴/۰۴/مهر

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دهم	یازدهم
ریاضی (۱)	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۷۰	—
هندسه (۱)	۱۰	۱۶	۲۵	۱۵ دقیقه	کل کتاب صفحه ۹ تا ۹۶	—
فیزیک (۱)	۱۵	۲۶	۴۰	۲۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۴۹	—
شیمی (۱)	۱۰	۴۱	۵۰	۱۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۲	—
مجموع	۵۰ سؤال			۷۰ دقیقه		—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
ریاضی (۱)	طراحان: عادل حسینی - محمدرضا راسخ - محسن علی نجاری - جهانبخش نیکنام کارشناس علمی: سجاد داوطلب	محسن علی نجاری
هندسه (۱)	طراح: امیرحسین ابومحبوب کارشناس علمی: سیدعباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
فیزیک (۱)	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناس علمی: علیرضا عبداللہی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی (۱)	طراحان: یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی - مرتضی نصیرزاده کارشناسان علمی: رامین رزمجو - محمد مهدی کریمیان	یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی

سرپرست محتوای آزمون: فاطمه آقاچانیپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور سراسری طراحی می شود.



ریاضی دهم

۱- در یک مدرسه ۱۰۰ نفره، ۸۰ نفر به فوتبال و ۷۰ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر حداکثر و حداقل دانش‌آموزانی که به هر دو رشته علاقه دارند به ترتیب M و m باشند، حاصل $m + M$ کدام است؟

- (۱) ۱۱۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۳۰
(۴) ۱۴۰

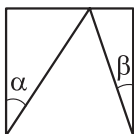
۲- دو دنباله حسابی a_n و b_n را در نظر بگیرید. این دو دنباله چند جمله مشترک سه‌رقمی دارند؟

$$\begin{cases} a_n = 3, 10, 17, \dots \\ b_n = 4, 9, 14, \dots \end{cases}$$

- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۳۰
(۴) ۳۵

۳- حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{6}$
(۴) $2\sqrt{6}$



۴- در مربع شکل مقابل، اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan \beta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{\sqrt{17}}$
(۴) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

۵- بیشترین مقدار عبارت $|\cos x + 1| + |3\cos x - 1|$ چند برابر کم‌ترین مقدار آن است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) $\frac{4}{3}$

۶- ستایش ۸ سال از خواهرش بزرگ‌تر است. اگر ۸ سال دیگر حاصل‌ضرب سن ستایش و خواهرش ۲۴۰ شود، اکنون سن ستایش چند سال است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۲۰

۷- خط $x = \frac{1}{p}$ محور تقارن سهمی $y = -x^2 + ax + 2$ است. این سهمی از کدام نقطه عبور می کند؟

(۱) $(-1, 3)$ (۲) $(\frac{1}{p}, \frac{5}{p})$

(۳) $(-\frac{1}{p}, \frac{5}{p})$ (۴) $(\frac{1}{p}, \frac{9}{p})$

۸- در بازه (a, b) عبارت $-5x^2 + 17x - 6$ مثبت و عبارت $|\frac{2x-2}{3} - 1|$ کوچک تر از ۱ است. بیشترین مقدار $b - a$

کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- نمودار تابع $y = \frac{-2}{x^2 - 3x + 4}$ به ازای چند مقدار صحیح x بین دو خط $y = 0$ و $y = 3$ قرار ندارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی شمار

۱۰- به ازای چند مقدار صحیح k ، برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x < k \\ 1 - |x| & ; x \geq k \end{cases}$ برابر $\mathbb{R}$ است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱- اگر تابع $f(x) = (m+2)x + (m+n-2)$ همانی باشد؛ مساحت سطح محدود به نمودار تابع $g(x) = \begin{cases} nx + m & ; x < 1 \\ mx + n & ; x \geq 1 \end{cases}$

و محور x ها کدام است؟

(۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{11}{3}$

۱۲- با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶ و ۰ چند عدد ۵ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۴۰۸ (۳) ۴۸۰ (۴) ۷۲۰

۱۳- اگر ۱۲ نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد دو برادر کنار

یکدیگر نباشند؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۴- مجموعه $\{1, 2, \dots, 16\}$ چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد که در آن بزرگ‌ترین عضو، ۳ برابر کوچک‌ترین عضو باشد؟

(۱) ۵۷ (۲) ۶۰

(۳) ۶۷ (۴) ۷۰

۱۵- از بین متغیرهای «معدل دانش‌آموزان شهر یزد، موضوع کتاب‌های درسی، کیفیت میوه یک مزرعه، روزهای هفته، مراحل زندگی انسان‌ها، مدت زمان تأثیر داروی بیهوشی، تعداد مرغ‌های یک مرغداری، سرعت یک دوچرخه و جنسیت

افراد»، به ترتیب چند متغیر کمی پیوسته و چند متغیر کیفی اسمی است؟

(۱) ۳ - ۳ (۲) ۲ - ۲

(۳) ۲ - ۳ (۴) ۳ - ۲

هندسه دهم

۱۶- با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نیمساز یک زاویه را رسم کنیم؟

- (۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
- (۲) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۳) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۴) رسم دایره‌ای به شعاع دلخواه و به مرکز نقطه‌ای درون زاویه

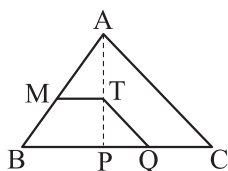
۱۷- در مثلث ABC ، نقطه E روی ضلع AB به گونه‌ای قرار دارد که از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است. کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱) $AE < AC$ (۲) $BC < CE$ (۳) $CE < AC$ (۴) $BE < CE$

۱۸- اگر $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ و $x + 2y + z = 40$ باشد. مقدار x کدام است؟

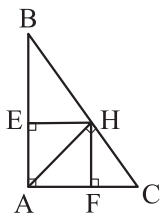
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۱۹- در شکل زیر، P نقطه‌ای روی ضلع BC ، $MT \parallel BC$ و $TQ \parallel AC$ است. نسبت $\frac{AM}{BM}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{AC}{TQ}$ (۲) $\frac{PQ}{QC}$ (۳) $\frac{TQ}{AC}$ (۴) $\frac{QC}{PQ}$

۲۰- در شکل زیر، از نقطه H پای ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، دو عمود HF و HE بر اضلاع AC و AB رسم شده است. اگر $AF = 4$ و $CF = 1$ باشد، اندازه BE کدام است؟

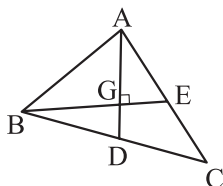


- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) $7/5$ (۴) ۸

۲۱- یک چهارضلعی، کدام ویژگی را دارا باشد تا وسط‌های اضلاع آن، رأس‌های یک لوزی باشند؟

- (۱) قطرهای آن بر هم عمود باشند.
- (۲) قطرهای آن مساوی یکدیگر باشند.
- (۳) دو ضلع مجاور مساوی داشته باشد.
- (۴) دو ضلع مجاور عمود بر هم داشته باشد.

۲۲- در شکل زیر، G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است. اگر $AD \perp BE$ ، $EC = ۱۳$ و $GD = ۶$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۹۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۸۰

۲۳- مساحت یک پنج‌ضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. حداقل مساحت این پنج‌ضلعی کدام است؟

(۴) ۵ / ۵

(۳) ۴ / ۵

(۲) ۳ / ۵

(۱) ۲ / ۵

۲۴- از دو خط متمایز d_1 و d_2 ، تنها یک صفحه عبور می‌کند. از نقطه‌ای خارج این صفحه، چند خط می‌توان رسم کرد که هر دو خط را قطع کند؟

(۴) بی‌شمار

(۳) حداکثر یکی

(۲) دقیقاً یکی

(۱) صفر

۲۵- صفحه‌ای در برخورد با کره‌ای به شعاع R ، بیشترین سطح مقطع ممکن را ایجاد کرده است. این صفحه را در راستای عمود بر صفحه چه قدر جابه‌جا کنیم تا مساحت سطح مقطع حاصل، $\frac{1}{3}$ حالت اولیه باشد؟

(۴) $\frac{1}{3}R$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}R$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}R$

(۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}R$

فیزیک دهم

۲۶- بزرگ‌ترین الماس تراش‌خورده جهان، ستاره بزرگ آفریقا نام دارد. جرم این الماس ۵۳۰ قیراط است. جرم این الماس در SI و برحسب نمادگذاری علمی کدام است؟ (هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی گرم است.)

- (۱) $۱/۰۶ \times ۱۰^{-۱}$ (۲) $۱۰/۶ \times ۱۰^{-۲}$ (۳) $۲/۶۵ \times ۱۰^{-۱}$ (۴) $۲۶/۵ \times ۱۰^{-۲}$

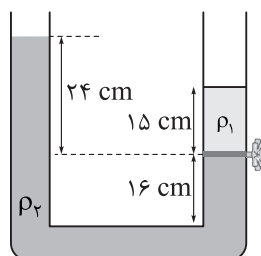
۲۷- چگالی کره توپر A، ۲۵ درصد کم‌تر از چگالی کره توپر B است. اگر شعاع کره B، ۵۰ درصد بزرگ‌تر از شعاع کره A باشد، جرم کره A تقریباً چند درصد کم‌تر از جرم کره B است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۲ (۳) ۷۸ (۴) ۸۶

۲۸- فشار پیمانه‌ای در عمق ۴۰ متری یک دریاچه چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب دریاچه ۱ g/cm^3 ، $g = ۱۰ \text{ N/kg}$ و فشار هوای محیط ۱ bar است.)

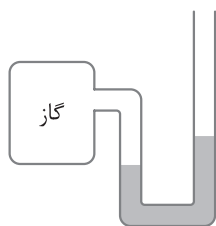
- (۱) ۴۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۵۰ (۴) ۵۰۰

۲۹- در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشده با چگالی‌های $\rho_1 = ۰/۸ \text{ g/cm}^3$ و $\rho_2 = ۲ \text{ g/cm}^3$ توسط شیر رابط از هم جدا شده‌اند. به شاخه سمت راست، به ارتفاع ۲۵ cm مایعی به چگالی ρ_3 اضافه می‌کنیم. اگر پس از بازشدن شیر رابط، ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ ۵ cm کاهش یابد، ρ_3 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟



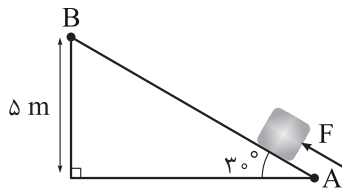
- (۱) ۰/۵
(۲) ۰/۵۶
(۳) ۰/۶
(۴) ۰/۶۴

۳۰- در شکل زیر، چگالی مایع درون لوله برابر با $۱/۷ \text{ g/cm}^3$ است. اگر فشار گاز را ۲۰ درصد کاهش دهیم، اختلاف ارتفاع مایع در لوله‌ها ۲۰ cm تغییر می‌کند. فشار اولیه گاز درون مخزن، چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = ۱۰ \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \text{ g/cm}^3$)



- (۱) ۱۲/۵
(۲) ۲۵
(۳) ۵۰
(۴) ۱۰۰

۳۱- در شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg ، توسط نیروی ثابت $F = 20 \text{ N}$ که موازی با سطح شیب‌دار است، از نقطه A از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم، 5 N باشد، تندی جسم در نقطه B، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

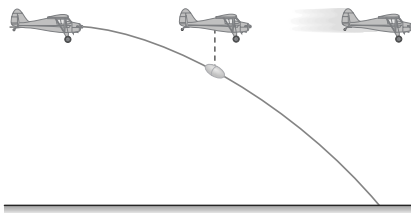


(۱) ۵

(۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{3}$

(۴) ۱۰

۳۲- در شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع 100 m از سطح زمین و با تندی 50 m/s پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب‌دیدگان زلزله رها می‌کند. با صرف نظر از مقاومت هوا، تندی بسته در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(۱) $50\sqrt{2}$ (۲) $40\sqrt{2}$ (۳) $40\sqrt{5}$ (۴) $30\sqrt{5}$

۳۳- یک مخزن استوانه‌ای حاوی مقداری بنزین است. دمای بنزین داخل مخزن، حداقل باید 25°C افزایش یابد تا از مخزن سرریز شود. بنزین در ابتدا چه کسری از حجم مخزن را پر کرده است؟ ($\beta = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ و از انبساط مخزن صرف نظر شود.)

(۱) $\frac{38}{39}$ (۲) $\frac{39}{40}$ (۳) $\frac{40}{41}$ (۴) $\frac{41}{42}$

۳۴- گرمایی که دمای 3 kg آب را 15°C افزایش می‌دهد، دمای m کیلوگرم آلومینیم را 21°C تغییر می‌دهد. m کدام است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ و $c_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$)

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۰

۳۵- با استفاده از گرمکنی با توان گرمایی 840 W و بدون اتلاف انرژی، چند دقیقه زمان لازم است تا 360 g یخ -20°C را به طور کامل به آب 10°C تبدیل کنیم؟ ($L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ و $c_{\text{آب}} = \frac{1}{4} c_{\text{یخ}}$)

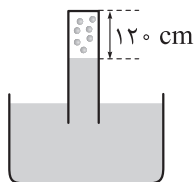
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۳۶- لوله بلندی مطابق شکل زیر درون یک ظرف حاوی جیوه قرار دارد. اگر لوله را ۲۰ cm از جیوه بیرون بکشیم، ارتفاع جیوه درون لوله ۵ cm تغییر می‌کند. فشار نهایی گاز محبوس درون لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ (دمای گاز محبوس را ثابت در نظر بگیرید و از تغییر ارتفاع سطح جیوه درون ظرف، صرف نظر کنید).



۵۵ (۲)

۶۰ (۱)

۴۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۷- مقدار ۲ mol گاز کامل در دمای ۴۰۰ K درون استوانه‌ای قرار دارد. این گاز در طی یک فرایند هم‌فشار ۱۶۰۰ J کار انجام می‌دهد. دمای گاز در انتهای این فرایند چند درجه سلسیوس است؟ ($R = 8 \frac{J}{mol.K}$)

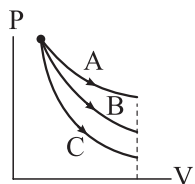
۵۰۰ (۴)

۳۲۷ (۳)

۲۲۷ (۲)

۱۰۰ (۱)

۳۸- شکل زیر، نمودار $P - V$ مقدار معینی گاز کامل را در طی سه فرایند مجزای A، B و C نشان می‌دهد. اگر فرایند B، بی‌دررو باشد، کدام گزینه درباره گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در طی فرایندهای A و C درست است؟

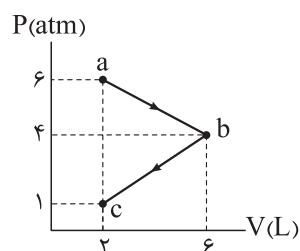

 $Q_A > Q_C > 0$ (۱)

 $Q_A < Q_C < 0$ (۲)

 $Q_C < 0, Q_A > 0$ (۳)

 $Q_C > 0, Q_A < 0$ (۴)

۳۹- نمودار $P - V$ ، مربوط به مقدار معینی از یک گاز کامل به شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در نقطه b برابر با ۶۰۰ J باشد، اندازه گرمایی که گاز در فرایند abc با محیط مبادله می‌کند، چند ژول است؟



۷۵۰ (۱)

۱۰۰۰ (۲)

۱۲۵۰ (۳)

۱۵۰۰ (۴)

۴۰- در موتور درون‌سوز، در مرحله «ضربه تراکم»: پیستون می‌رود و فشار و دمای گاز می‌یابد.

(۲) پایین - افزایش

(۱) پایین - کاهش

(۴) بالا - افزایش

(۳) بالا - کاهش

شیمی دهم

۴۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه به درستی اشاره شده است؟

- دو عنصر مشترک در بین هشت عنصر فراوان تر زمین و مشتری، در یک گروه جدول دوره‌ای قرار دارند.
- از فراوان ترین گاز نجیب مشتری، در ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده می‌شود.
- سحابی‌ها بلافاصله بعد از تشکیل عناصر هیدروژن و هلیوم و با کاهش دما، ایجاد و سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند.
- فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون، شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کنند.

(۱) درست - درست - درست - درست

(۲) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - نادرست - درست - درست

(۴) درست - نادرست - نادرست - درست

۴۲- در $2/40.8 \times 10^{23}$ مولکول کربن مونواکسید، چند مول الکترون پیوندی وجود دارد؟

(۱) $8/0$ (۲) $2/1$

(۳) $4/2$ (۴) $6/3$

۴۳- با توجه به آرایش الکترونی بیرونی زیرلایه الکترونی یون‌های $A^- : 4p^6$ ، $B^{2+} : 3d^2$ ، $X^{2+} : 3d^9$ و $D^{2-} : 2p^6$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت اتم‌های B و X، دو برابر شمار الکترون‌های A^- است.

(۲) تفاوت عدد اتمی دو عنصر دسته p، برابر تفاوت عدد اتمی دو عنصر دیگر است.

(۳) فرمول ترکیب مولکولی عنصر X با کلر می‌تواند به صورت XCl یا XCl_4 باشد.

(۴) مجموع شمار الکترون‌ها با $l = 1$ در اتم عناصر A و X، پنج برابر اتم عنصر B است.

۴۴- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

(الف) انرژی همانند ماده، در نگاه میکروسکوپی، پیوسته و در نگاه ماکروسکوپی، گسسته است.

(ب) بور با کوانتیده در نظر گرفتن انرژی الکترون، توانست طیف نشری خطی اغلب عنصرها را توجیه کند.

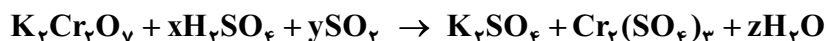
(پ) ۷۵ درصد نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی، دارای طول موج کوتاه‌تر از ۵۰۰ نانومتر هستند.

(ت) انرژی لایه $n = 1$ در اتم هیدروژن و هلیوم متفاوت است.

(۱) پ - ت (۲) الف - ب

(۳) الف - ت (۴) ب - پ

۴۵- پس از موازنه معادله واکنش زیر، مقادیر x ، y و z به ترتیب کدام‌اند؟



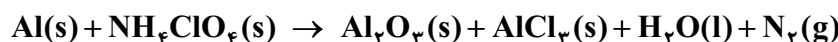
$$x = 4, y = 1, z = 4 \quad (2)$$

$$x = 1, y = 3, z = 1 \quad (1)$$

$$x = 3, y = 2, z = 1 \quad (4)$$

$$x = 2, y = 2, z = 1 \quad (3)$$

۴۶- واکنش آلومینیم با آمونیوم پرکلرات مطابق معادله شیمیایی موازنه‌نشده زیر انجام می‌شود:



به ازای مصرف ۵/۰ مول آلومینیم، چند لیتر گاز نیتروژن در شرایط استاندارد تولید و چند مول آمونیوم پرکلرات

مصرف می‌شود؟

$$۰/۳ - ۳/۳۶ \quad (2)$$

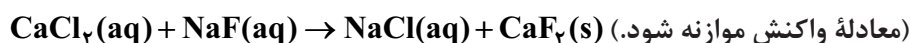
$$۰/۴ - ۳/۳۶ \quad (1)$$

$$۰/۴ - ۲/۲۴ \quad (4)$$

$$۰/۳ - ۲/۲۴ \quad (3)$$

۴۷- با توجه به واکنش زیر، برای تهیه ۵۲۰ کیلوگرم کلسیم فلوئورید، به تقریب چند متر مکعب محلول ۸۴ درصد

جرمی سدیم فلوئورید با چگالی ۱/۶ گرم بر میلی‌لیتر نیاز است؟ ($F = 19, Na = 23, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)



$$۴/۲ \quad (4)$$

$$۰/۴۲ \quad (3)$$

$$۲/۱ \quad (2)$$

$$۰/۲۱ \quad (1)$$

۴۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) با افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات، فرآورده سفیدرنگی تولید می‌شود که حالت فیزیکی آن مشابه

حالت فیزیکی هیچ‌یک از واکنش‌دهنده‌ها نیست.

(۲) از واکنش محلول منیزیم سولفات با مقدار کافی پودر باریم کلرید، فرآورده‌ای محلول در آب تشکیل می‌شود.

(۳) در جداسازی و تصفیه آب دریا به روش صافی کربن، می‌توان اجزایی، مانند ترکیبات آلی فرّار در آب را جداسازی کرد.

(۴) در روش اسمز معکوس به کمک پمپ فشار، نمک از محیط رقیق به محیط غلیظ و آب از محیط غلیظ به محیط

رقیق می‌رود.

۴۹- انحلال‌پذیری سدیم کلرید در دماهای $30^\circ C$ و $90^\circ C$ به ترتیب برابر با ۳۵ و ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. اگر همه

آب موجود در ۲۶۷ گرم از محلول سیرشده این نمک در دمای $12^\circ C$ تبخیر شود، چند گرم نمک در ته ظرف باقی می‌ماند؟

$$۹۸/۴ \quad (4)$$

$$۸۹/۴ \quad (3)$$

$$۷۶ \quad (2)$$

$$۶۷ \quad (1)$$

۵۰- کدام مورد، درست است؟

(۱) در شرایط یکسان، گاز NO دشوارتر از گاز O_2 به مایع تبدیل می‌شود.

(۲) انحلال‌پذیری گازها در آب برخلاف انحلال‌پذیری همه نمک‌ها در آب، با دما رابطه وارونه دارد.

(۳) در دمای یکسان، اگر انحلال‌پذیری گاز N_2 در آب بیشتر از گاز NO باشد، به یقین فشار گاز N_2 بیشتر است.

(۴) انحلال‌پذیری نمک‌های نیترات در آب، با افزایش دما به صورت خطی افزایش می‌یابد.

دانشود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشتی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

سازمان پیش آموزش شور

حکومت
سینج

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

آکا

زبانتاز

خوبی؟
آزمون

کانون
فرهنگی
آموزش
قلم چی

آزمونهای سراسری
گاج



join us ...

باسم نامہ آزمون آزمائشی حلی سبز



مرحلہ چہارم

پایہ یازدہم

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۴/۰۴/مهر

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی - محمدرضا راسخ - محسن علی نجاری - جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی - مرتضی نصیرزادہ

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامہ	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	علیرضا کاظمی بقا	سجاد داوطلب	عادل حسینی محمد مهدی حسینی ماہان فنی فر
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی ماہان فنی فر مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	علیرضا عبداللہی	علیرضا عبداللہی	مسعود خندانی محمد سادہ پوریا علاقہ مند امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللہی	امیرحسین مسلمی	امیرحسین مسلمی	مرتضی نصیرزادہ	رامین رزمجو صدرا عبادی

سرپرست محتوایی: فاطمہ آقاجانپور

ویژہ یازدہمی های ۱۴۰۴



آزمون آزمایشی خلی سبز

ویژه یازدهمی های ۱۴۰۴

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی الهه صفری - زهرا صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - مهرآسا قدیری - زهرا فرهادی مهر نادره نازآوری - ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



در یک مدرسه ۱۰۰ نفره، ۸۰ نفر به فوتبال و ۷۰ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر حداکثر و حداقل دانش آموزانی که به هر دو رشته علاقه دارند به ترتیب M و m باشند، حاصل $m + M$ کدام است؟

اشتراک دو مجموعه

۱۲۰ (۲)

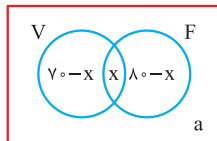
۱۱۰ (۱)

۱۴۰ (۴)

۱۳۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: تعداد کسانی را که به هر دو رشته علاقه مند هستند، X و تعداد کسانی را که به هیچ کدام از دو رشته علاقه ندارند a در نظر می گیریم؛ نمودار ون مربوط به سؤال را رسم می کنیم:

گام دوم: کل افراد مدرسه ۱۰۰ نفر هستند، پس تساوی زیر را تشکیل می دهیم:

$$(70 - x) + x + (80 - x) + a = 100 \Rightarrow 150 - x + a = 100 \Rightarrow x = 50 + a$$

گام سوم: هدف سؤال پیدا کردن حداکثر و حداقل x است. در تساوی به دست آمده در گام قبل اگر a را برابر صفر در نظر بگیریم، حداقل x و اگر a را برابر ۲۰ در نظر بگیریم، حداکثر x به دست می آید. توجه کنید که چون ۷۰ نفر به والیبال علاقه دارند، بیشترین مقداری که برای a می توان در نظر گرفت ۲۰ است؛ زیرا بیشترین مقدار x همان ۷۰ است. یعنی در این حالت $V \subseteq F$ است؛ پس داریم:

$$x \leq 70 \Rightarrow 50 + a \leq 70 \Rightarrow a \leq 20$$

گام چهارم: حالا با جای گذاری کمترین و بیشترین مقدار a ، کمترین و بیشترین مقدار x به دست می آید:

$$x = 50 + a \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{a=0} m = 50 \\ \xrightarrow{a=20} M = 70 \end{cases} \Rightarrow m + M = 120$$



۲

دو دنباله حسابی a_n و b_n را در نظر بگیرید. این دو دنباله چند جمله مشترک سهرقمی دارند؟

$$\begin{cases} a_n = 3, 10, 17, \dots \\ b_n = 4, 9, 14, \dots \end{cases}$$

$$25 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

$$35 \quad (4)$$

$$30 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

جملات مشترک دو دنباله، خودشان تشکیل یک دنباله حسابی جدید با جمله اول ۲۴ و قدرنسبت ۳۵ می‌دهند.

Hint

درس‌Box

دنباله حسابی

- به دنباله‌ای که هر جمله (به جز جمله اول) از آن با اضافه شدن مقداری ثابت به جمله قبل به دست می‌آید، دنباله حسابی می‌گویند.
- به این مقدار ثابت «قدرنسبت» می‌گویند و آن را با d نمایش می‌دهند.
- اگر a_1 جمله اول دنباله حسابی a_n باشد، جمله عمومی دنباله حسابی a_n به صورت زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

اگر a_n و b_n دو دنباله حسابی باشند، جملات مشترک این دو دنباله، خودشان تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. قدرنسبت دنباله جدید، ک.م.م قدرنسبت دو دنباله قبلی است.

نکته

$$\begin{cases} a_n = 3, 10, 17, 24, \dots \\ b_n = 4, 9, 14, 19, 24, \dots \end{cases}$$

گام اول: هر دو دنباله را که ادامه بدهیم، اولین جمله مشترک آن‌ها ۲۴ خواهد بود:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: قدرنسبت دنباله a_n برابر ۷ و قدرنسبت دنباله b_n برابر ۵ است، پس طبق نکته سؤال، قدرنسبت دنباله حسابی مربوط به جملات مشترک این دنباله‌ها برابر ک.م.م ۵ و ۷ یعنی ۳۵ خواهد بود:

گام سوم: پس برای جملات مشترک این دنباله‌ها یک دنباله حسابی با جمله اول ۲۴ و قدرنسبت ۳۵ خواهیم داشت. این دنباله را c_n می‌گذاریم. جمله عمومی آن برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} c_1 &= 24 \\ d &= 35 \Rightarrow c_n = 24 + (n-1)(35) \Rightarrow c_n = 35n - 11 \end{aligned}$$

گام چهارم: حال برای این که تعداد جملات سهرقمی مشترک دو دنباله را پیدا کنیم، نامساوی زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$100 \leq c_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 35n - 11 \leq 999 \xrightarrow{+11} 111 \leq 35n \leq 1010 \Rightarrow 3 / \dots \leq n \leq 28 / \dots$$

n طبیعی است، پس مقادیر n از ۴ تا ۲۸ خواهد بود که تعداد آن‌ها برابر می‌شود با:

$$28 - 4 + 1 = 25$$

۳ حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

(۲) ۲
(۴) $2\sqrt{6}$

(۱) ۱
(۳) $\sqrt{6}$

پاسخ: گزینه ۳

قوانین زیر را برای رادیکال‌ها (در صورت تعریف شدن هر رادیکال) به خاطر بسپارید:



۱) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ (تفکیک رادیکال‌ها)

۲) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \times m]{a}$ (یکی کردن رادیکال‌ها)

۳) $b\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n \times a}$ (بردن عدد به زیر رادیکال)

۴) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ (تبدیل رادیکال به توان)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا رادیکال‌های داده شده را به کمک قوانین رادیکال‌ها، به توان تبدیل می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{12}} = \sqrt[6]{12} = \sqrt[6]{2^2 \times 3} = 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{6}}$$

$$\sqrt[4]{2\sqrt[4]{6}} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{96}} = \sqrt[16]{96} = \sqrt[16]{2^5 \times 3} = 2^{\frac{5}{16}} \times 3^{\frac{1}{16}}$$

$$\sqrt[4]{54} = \sqrt[4]{2 \times 3^3} = 2^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{3}{4}}$$

گام دوم: حال عبارت داده شده به صورت زیر درمی‌آید:

$$\sqrt[3]{2\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{2\sqrt[4]{6}} \times \sqrt[4]{54} = 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{5}{16}} \times 3^{\frac{1}{16}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{5}{16} + \frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{6} + \frac{1}{16} + \frac{3}{4}} = 2^{\frac{12}{16} + \frac{5}{16} + \frac{4}{16}} \times 3^{\frac{4}{16} + \frac{1}{16} + \frac{12}{16}} = 2^{\frac{21}{16}} \times 3^{\frac{17}{16}} = 2 \times 3 = 6$$

گام سوم: حاصل عبارت به دست آمده برابر ۶ است که $\sqrt{6}$ برابر $\sqrt{6}$ می‌شود:

$$\frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

(سؤال ۱۱۱ کنکور تهرمی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

حاصل عبارت $\sqrt[4]{2^8} \times \sqrt[4]{162} \times 4\sqrt[6]{2}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

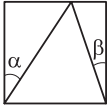
(۴) ۳

(۳) $2\sqrt{6}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۱) ۲





۴ در مربع شکل مقابل، اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan \beta$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

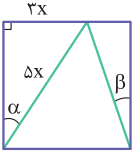
(۳) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

ضلع مقابل به زاویه α را x و وتر مثلث مربوط به آن را $4x$ در نظر بگیرید، سپس به وسیله رابطه فیثاغورس، طول ضلع مربع را پیدا کنید.

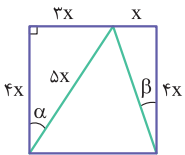
گام اول: می‌دانیم که $\sin \alpha$ برابر است با نسبت ضلع مقابل به زاویه α به وتر. از تساوی $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، می‌توانیم ضلع مقابل به زاویه α در مثلث سمت چپ را $3x$ و وتر را $5x$ در نظر می‌گیریم:



گام دوم: با توجه به رابطه فیثاغورس در مثلث سمت چپ، طول ضلع مربع برابر می‌شود با:

$$4x = \text{ضلع مربع} \Rightarrow 4x^2 = (5x)^2 - (3x)^2 = 16x^2$$

گام سوم: پس اندازه‌های روی شکل به صورت زیر تکمیل می‌شود و $\tan \beta$ برابر می‌شود با:



$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \beta}{\text{ضلع مجاور به زاویه } \beta} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$$

بیشترین مقدار عبارت $|3 \cos x - 1| + |\cos x + 1|$ چند برابر کمترین مقدار آن است؟

۵

$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

در عبارت $|\cos x + 1|$ ، بود و نبود قدرمطلق تفاوتی ندارد، قدرمطلق را حذف کنید.

Hint

همواره $-1 \leq \sin x \leq 1$ و $-1 \leq \cos x \leq 1$.

نکته

گام اول: می‌دانیم که همواره $-1 \leq \cos x \leq 1$ ، پس عبارت داخل قدرمطلق $|\cos x + 1|$ همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است، پس در این جا بودن یا نبودن قدرمطلق فرقی ندارد. عبارت داده‌شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$|3 \cos x - 1| + \cos x + 1$$

گام دوم: ریشه داخل قدرمطلق $|3 \cos x - 1|$ برابر $\frac{1}{3}$ است، به کمک آن قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

$$\frac{1}{3} \leq \cos x \leq 1: |3 \cos x - 1| + \cos x + 1 = 3 \cos x - 1 + \cos x + 1 = 4 \cos x$$

$$-1 \leq \cos x \leq \frac{1}{3}: |3 \cos x - 1| + \cos x + 1 = -3 \cos x + 1 + \cos x + 1 = -2 \cos x + 2$$

گام سوم: حال برای این که بیشترین مقدار عبارت به دست آید، به جای $\cos x$ اعداد ۱ و -۱ و برای این که کمترین مقدار عبارت

به دست آید، به جای $\cos x$ عدد $\frac{1}{3}$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{3} \leq \cos x \leq 1: \begin{cases} \max(4 \cos x) = 4(1) = 4 \\ \min(4 \cos x) = 4(\frac{1}{3}) = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$-1 \leq \cos x \leq \frac{1}{3}: \begin{cases} \max(-2 \cos x + 2) = -2(-1) + 2 = 4 \\ \min(-2 \cos x + 2) = -2(\frac{1}{3}) + 2 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

گام چهارم: در هر دو حالت، بیشترین مقدار برابر ۴ و کمترین مقدار برابر $\frac{4}{3}$ شد، پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{4}{\frac{4}{3}} = 3$$

۶

ستایش ۸ سال از خواهرش بزرگتر است. اگر ۸ سال دیگر حاصل ضرب سن ستایش و خواهرش ۲۴۰ شود، اکنون سن ستایش چند سال است؟

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سن ستایش را x و سن خواهرش را y در نظر می‌گیریم. ستایش ۸ سال از خواهرش بزرگتر است، پس:

$$x - y = 8 \Rightarrow y = x - 8$$

گام دوم: ۸ سال دیگر، حاصل ضرب سن ستایش و خواهرش ۲۴۰ می‌شود، در نتیجه:

$$(x + 8)(y + 8) = 240 \xrightarrow{\substack{y=x-8 \\ \text{طبق گام اول}}} (x + 8)(x) = 240 \Rightarrow x^2 + 8x = 240 \Rightarrow x^2 + 8x - 240 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x + 20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \checkmark \\ x = -20 \end{cases}$$

سن ستایش نمی‌تواند منفی باشد، پس اکنون ستایش ۱۲ ساله است.

اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۶۰ شود، سن هر کدام چقدر است؟

(ریاضی (۱) - تمرین ۸ صفحه ۷۷ کتاب درسی)

کتاب
درسی

۷ خط $x = \frac{1}{2}$ محور تقارن سهمی $y = -x^2 + ax + 2$ است. این سهمی از کدام نقطه عبور می‌کند؟

(۲) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

(۱) $(-1, 3)$

(۴) $(\frac{1}{4}, \frac{9}{4})$

(۳) $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$

پاسخ: گزینه ۳

نکته

طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را با x_s نمایش می‌دهیم و آن را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$x_s = -\frac{b}{2a}$$

نکته

معادله خط تقارن سهمی به صورت $x = x_s$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: خط $x = \frac{1}{2}$ محور تقارن سهمی است، پس طول رأس سهمی برابر $\frac{1}{2}$ است:

$$y = -x^2 + ax + 2 \xrightarrow{x_s = \frac{1}{2}} \frac{-a}{2(-1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$$

پس معادله سهمی به صورت $y = -x^2 + x + 2$ است.

گام دوم: حال مختصات نقاط موجود در گزینه‌ها را در معادله سهمی جاگذاری می‌کنیم تا ببینیم که کدام نقطه در این معادله صدق می‌کند:

$$(-1, 3): x = -1 \Rightarrow y = -(-1)^2 + (-1) + 2 = 0 \neq 3$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}): x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2}) + 2 = \frac{9}{4} \neq \frac{5}{2}$$

$$(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4}): x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -(-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2}) + 2 = \frac{5}{4} \checkmark$$

$$(\frac{1}{4}, \frac{9}{4}): x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = -(\frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{4}) + 2 = \frac{35}{16} \neq \frac{9}{4}$$

پس این سهمی از نقطه $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$ عبور می‌کند.

در سهمی $y = ax^2 + 2x + 3$ خط $x = 2$ محور تقارن آن است. مقدار a را به دست آورید. (سوال ۱۰- امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

امتحان
نهایی

در بازه (a, b) عبارت $-5x^2 + 17x - 6$ مثبت و عبارت $\left| \frac{2x-2}{3} - 1 \right|$ کوچک‌تر از ۱ است. بیشترین مقدار $b - a$

کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

دو نامعادله $-5x^2 + 17x - 6 > 0$ و $\left| \frac{2x-2}{3} - 1 \right| < 1$ را حل کنید و سپس از جواب‌ها اشتراک بگیرید تا بزرگ‌ترین بازه (a, b) به دست آید.

Hint

درس Box

تعیین علامت تابع $y = ax^2 + bx + c$:

(۱) اگر $ax^2 + bx + c = 0$ دو ریشه α و β را داشته باشد، یعنی $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ باشد:

$$y = ax^2 + bx + c$$

x	α	β
y	موافق علامت a	مخالف علامت a

(۲) اگر $ax^2 + bx + c = 0$ فقط ریشه مضاعف α را داشته باشد، یعنی $\Delta = 0$ باشد:

x	α
y	موافق علامت a

(۳) اگر $ax^2 + bx + c = 0$ جواب نداشته باشد، یعنی $\Delta < 0$ باشد:

x	
y	همواره موافق علامت a

نامعادلات قدرمطلق:

$$۱) |x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$۲) |x| \geq a \Rightarrow x \geq a \text{ یا } x \leq -a$$

گام اول: ابتدا عبارت $-5x^2 + 17x - 6$ را تعیین علامت می‌کنیم تا ببینیم که در کدام بازه مثبت است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$-5x^2 + 17x - 6 = 0 \xrightarrow{\Delta = (17)^2 - 4(-5)(-6) = 169} x_1, x_2 = \frac{-17 \pm \sqrt{169}}{2(-5)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-17-13}{-10} = 3 \\ x_2 = \frac{-17+13}{-10} = 0/4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0/4 & 3 & \\ \hline -5x^2 + 17x - 6 & - & + & - \end{array} \xrightarrow{-5x^2 + 17x - 6 > 0} x \in (0/4, 3) \text{ (I)}$$

گام دوم: حال عبارت $\left| \frac{2x-2}{3} - 1 \right|$ را کوچک‌تر از ۱ قرار می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \left| \frac{2x-2}{3} - 1 \right| < 1 &\Rightarrow -1 < \frac{2x-2}{3} - 1 < 1 \xrightarrow{+1} 0 < \frac{2x-2}{3} < 2 \xrightarrow{\times 3} 0 < 2x-2 < 6 \\ \xrightarrow{+2} 2 < 2x < 8 &\xrightarrow{\div 2} 1 < x < 4 \Rightarrow x \in (1, 4) \text{ (II)} \end{aligned}$$

گام سوم: برای این که بیشترین مقدار $b - a$ به دست آید، بین بازه‌های به دست آمده در گام‌های (۱) و (۲) اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \text{(I): } x \in (0/4, 3) & \quad \text{(II): } x \in (1, 4) \\ \text{(I) } \cap \text{ (II): } x \in (1, 3) & = (a, b) \end{aligned}$$

پس بیشترین مقدار $b - a$ برابر $3 - 1 = 2$ است.

در بازه (a, b) عبارت $15x^2 + 73x + 14$ منفی و عبارت $\left| \frac{x-1}{3} - 1 \right|$ بزرگ‌تر از سه است. بیشترین مقدار $b - a$

کدام است؟

$\frac{67}{15}$ (۴)

$\frac{4}{15}$ (۳)

$\frac{23}{3}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

(سوال ۱۱۲ کنکور تهرانی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

کنکور

۹ نمودار تابع $y = \frac{-2}{x^2 - 3x + 4}$ به ازای چند مقدار صحیح x بین دو خط $y = 0$ و $y = 3$ قرار ندارد؟

(۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی شمار

پاسخ: گزینه ۴

مخرج کسر داده شده همواره مثبت است.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در عبارت $x^2 - 3x + 4$ ، $\Delta = (-3)^2 - 4(1)(4) = -7$ است و می بینیم منفی است، پس این عبارت همواره مثبت خواهد بود؛ زیرا ضریب x^2 مثبت است.

این یعنی عبارت $y = \frac{-2}{x^2 - 3x + 4}$ همواره منفی است و هیچ گاه نمی تواند بین دو مقدار ۰ و ۳ قرار بگیرد.

نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می شود؟

(سوال ۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

کنکور

۱۰ به ازای چند مقدار صحیح k ، برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x < k \\ 1 - |x| & ; x \geq k \end{cases}$ برابر $\mathbb{R}$ است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

مشاوره بهترین راه برای حل سوالات مربوط به برد تابع، رسم تابع است.

پاسخ: گزینه ۳

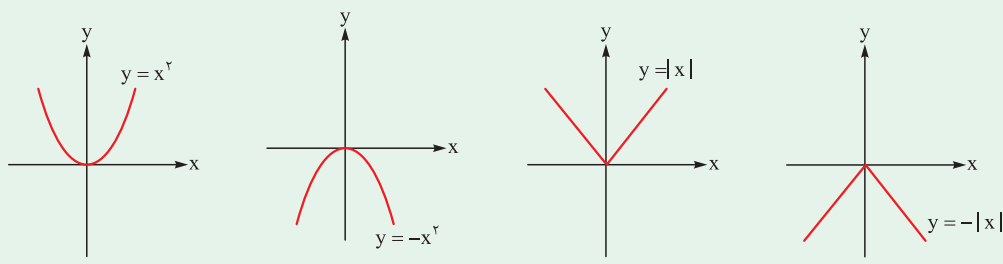
برای انتقال تابع $f(x)$ خواهیم داشت ($a > 0$):

نمودار تابع	ضابطه تابع	
$f(x)$ را a واحد به چپ می‌بریم	$f(x+a)$	انتقال افقی
$f(x)$ را a واحد به راست می‌بریم	$f(x-a)$	
$f(x)$ را a واحد به بالا می‌بریم	$f(x)+a$	انتقال عمودی
$f(x)$ را a واحد به پایین می‌بریم	$f(x)-a$	

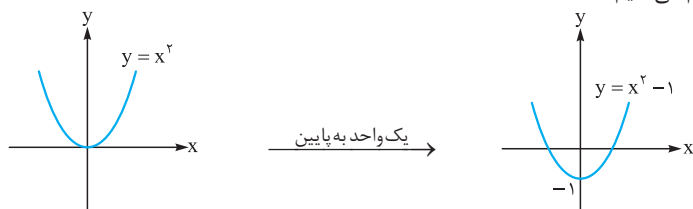
درس‌Box

نکته

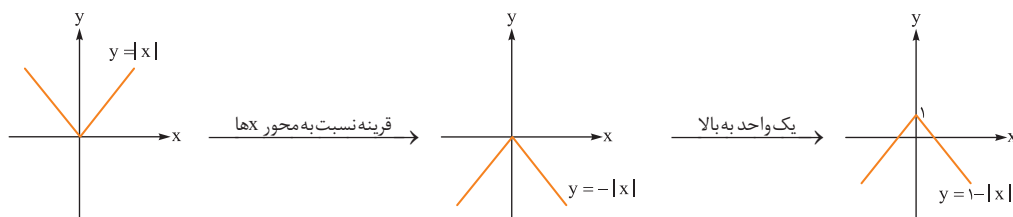
برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ کافی است نمودار تابع f را نسبت به محور x قرینه کنیم، به عنوان مثال:



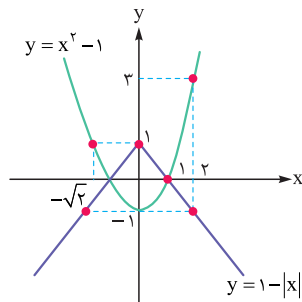
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا نمودار $y = x^2 - 1$ را رسم می‌کنیم:



گام دوم: حالا نوبت رسم نمودار $y = 1 - |x|$ است:



گام سوم: حالا نمودارهای دو تابع $y = x^2 - 1$ و $y = 1 - |x|$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل، مجموعه مقادیر قابل قبول برای k بازه $[-\sqrt{2}, 2]$ است؛ زیرا اگر $k < -\sqrt{2}$ باشد، برد تابع شامل بازه $(1, k^2 - 2)$ نخواهد بود و اگر $k > 2$ باشد، تابع بازه $(1 - k, -1)$ را تولید نخواهد کرد؛ بنابراین k می‌تواند ۴ مقدار صحیح $-1, 0, 1, 2$ را بپذیرد.

۱۱ اگر تابع $f(x) = (m+2)x + (m+n-2)$ همانی باشد؛ مساحت سطح محدود به نمودار تابع

$$g(x) = \begin{cases} nx + m & ; x < 1 \\ mx + n & ; x \geq 1 \end{cases}$$

و محور x ها کدام است؟

$$\frac{11}{3} \quad (4)$$

$$\frac{10}{3} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

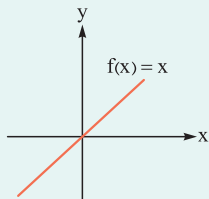
$$\frac{8}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

تابع همانی:

• اگر دامنه و برد تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند.

• ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است و نمودار آن همان نیمساز ناحیه اول و سوم است:



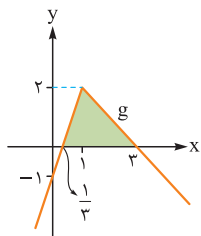
گام اول: می‌دانیم که ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است، پس در ضابطه داده‌شده ضریب x باید برابر ۱ و عدد ثابت باید برابر صفر باشد:

$$f(x) = \underbrace{(m+2)}_1 x + \underbrace{(m+n-2)}_0 \Rightarrow \begin{cases} m+2=1 \Rightarrow m=-1 \\ m+n-2=0 \xrightarrow{m=-1} -1+n-2=0 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

گام دوم: با جاگذاری مقادیر m و n ، تابع دوضابطه‌ای داده‌شده به صورت $g(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x < 1 \\ -x+3 & ; x \geq 1 \end{cases}$ درمی‌آید، به کمک مقادیردهی، این تابع را رسم می‌کنیم:

$$y = 3x - 1 : \begin{array}{c|ccc} x & 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ \hline y & 2 & 0 & -1 \end{array}$$

$$y = -x + 3 : \begin{array}{c|ccc} x & 1 & 3 & 0 \\ \hline y & 2 & 0 & 3 \end{array}$$



گام سوم: سطح محدود به نمودار تابع g و محور x ها یک مثلث است که مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S_{\text{رنگی}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{2 \times (3 - \frac{1}{3})}{2} = \frac{2 \times \frac{8}{3}}{2} = \frac{8}{3}$$

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۲

با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶ و ۰ چند عدد ۵ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

۷۲۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۴۰۸ (۲)

۳۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

یک بار صفر را برای یکان و بار دیگر اعداد زوج دیگر را برای یکان در نظر بگیرید و در آخر بنا بر اصل جمع، اعداد به دست آمده را جمع کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا رقم صفر را برای یکان در نظر می گیریم:

$$\underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 120$$

{۰}

گام دوم: حال ارقام ۲، ۴ و ۶ را برای یکان در نظر می گیریم:

صفر و ارقام باقی مانده

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 288 \\ \downarrow \end{array}$$

{۲، ۴، ۶} به جز صفر و رقم یکان

گام سوم: بنا بر اصل جمع، اعداد به دست آمده در گام های قبلی را با هم جمع می کنیم:

$$120 + 288 = 408$$

پس ۴۰۸ عدد ۵ رقمی زوج با ارقام داده شده می توان ساخت.

(سوال ۱۳ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

با ارقام ۲، ۳، ۴، ۷ و ۰ چند عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

امتحان
نهایی

اگر ۱۲ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟

$$\frac{4}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

احتمال وقوع یک پیشامد برابر است با:

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام اول: تعداد کل حالت‌های قرارگیری ۱۲ نفر در صف برابر ۱۲! است، پس $n(S) = 12!$

گام دوم: دو برادر را در یک دسته در نظر می‌گیریم، تعداد حالت‌هایی که دو برادر در کنار هم قرار می‌گیرند برابر است با:

جایگشت دو نفر داخل دسته

$$\uparrow$$

$$11! \times 2$$

جایگشت دسته و ده نفر دیگر

گام سوم: می‌خواهیم دو برادر در کنار هم نباشند. تعداد حالت‌هایی را که دو برادر کنار هم هستند، از کل حالت‌ها کم می‌کنیم،

پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر می‌شود با:

$$n(A) = 12! - (11! \times 2)$$

گام چهارم: احتمال خواسته شده برابر می‌شود با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12! - (11! \times 2)}{12!} = \frac{11!(12-2)}{12!} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

کارت Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مجموعه $\{1, 2, \dots, 16\}$ چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد که در آن بزرگ‌ترین عضو، ۳ برابر کوچک‌ترین عضو باشد؟

۷۰ (۴)

۶۷ (۳)

۶۰ (۲)

۵۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: حالت‌های زیر را برای بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو زیرمجموعه‌ها با توجه به خواسته سؤال در نظر می‌گیریم:

min	۱	۲	۳	۴	۵
max	۳	۶	۹	۱۲	۱۵

گام دوم: حال برای انتخاب دو عضو باقی‌مانده در هر کدام از حالت‌ها خواهیم داشت:

انتخاب ۲ عضو از ۱ → $\{1, _, _, 3\}$

انتخاب ۲ عضو از بین ۳، ۴، ۵ → $\{2, _, _, 6\} \rightarrow \binom{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$

انتخاب ۲ عضو از بین ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ → $\{3, _, _, 9\} \rightarrow \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$

انتخاب ۲ عضو از ۵ تا ۱۱ → $\{4, _, _, 12\} \rightarrow \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$

انتخاب ۲ عضو از ۶ تا ۱۴ → $\{5, _, _, 15\} \rightarrow \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$

گام سوم: بنا بر اصل جمع تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر سؤال برابر می‌شود با:

$$3 + 10 + 21 + 36 = 70$$

از بین متغیرهای «معدل دانش‌آموزان شهر یزد، موضوع کتاب‌های درسی، کیفیت میوه یک مزرعه، روزهای هفته، مراحل زندگی انسان‌ها، مدت‌زمان تأثیر داروی بیهوشی، تعداد مرغ‌های یک مرغداری، سرعت یک دوچرخه و جنسیت افراد»، به ترتیب چند متغیر کمی پیوسته و چند متغیر کیفی اسمی است؟

۲ - ۲ (۲)

۳ - ۳ (۱)

۳ - ۲ (۴)

۲ - ۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

انواع متغیر

درس‌Box

متغیرهای کمی: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری هستند، متغیر کمی می‌گویند. این متغیرها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

- (۱) کمی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، هر مقدار بین آن‌ها را هم بتواند بپذیرد؛ مانند وزن انسان‌ها.
- (۲) کمی گسسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، آن‌گاه بین a و b مقداری وجود دارد که نمی‌تواند آن را بپذیرد؛ مانند تعداد دانش‌آموزان یک کلاس.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند، متغیر کیفی می‌گویند.

این متغیرها به دو دسته زیر تقسیم می‌شوند:

- (۱) کیفی ترتیبی: دارای نوعی ترتیب طبیعی هستند؛ مانند سطح تحصیلات.
- (۲) کیفی اسمی: ترتیب خاصی ندارند مانند؛ جنسیت انسان‌ها (زن و مرد).

گام اول: نوع متغیرهای داده‌شده را مشخص می‌کنیم. پاسخ خیلی تشریحی ✓

- کمی پیوسته $\rightarrow$ هر مقداری را می‌تواند اختیار کند $\rightarrow$ معدل دانش‌آموزان شهر یزد
- کیفی اسمی $\rightarrow$ ترتیب خاصی ندارد $\rightarrow$ موضوع کتاب‌های درسی
- کیفی ترتیبی $\rightarrow$ ترتیب طبیعی دارد $\rightarrow$ کیفیت میوه‌های یک مزرعه
- کیفی ترتیبی $\rightarrow$ ترتیب طبیعی دارد $\rightarrow$ روزهای هفته
- کیفی ترتیبی $\rightarrow$ ترتیب طبیعی دارد $\rightarrow$ مراحل زندگی انسان‌ها
- کمی پیوسته $\rightarrow$ هر مقداری را می‌تواند اختیار کند $\rightarrow$ مدت‌زمان تأثیر داروی بیهوشی
- کمی گسسته $\rightarrow$ فقط مقادیر حسابی را می‌پذیرد $\rightarrow$ تعداد مرغ‌های یک مرغداری
- کمی پیوسته $\rightarrow$ هر مقداری را می‌تواند بپذیرد $\rightarrow$ سرعت یک دوچرخه
- کیفی اسمی $\rightarrow$ ترتیب خاصی ندارد $\rightarrow$ جنسیت افراد

گام دوم: پس به ترتیب ۳ متغیر، کمی پیوسته و ۲ متغیر، کیفی اسمی هستند.

با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نیمساز یک زاویه را رسم کنیم؟

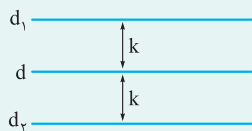
- (۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
- (۲) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۳) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۴) رسم دایره‌ای به شعاع دلخواه و به مرکز نقطه‌ای درون زاویه

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۲۵ در کنکور ریاضی داخلی و خارج، نوبت دوم ۱۴۰۴ طراحی شده و در آن از ایده حل تمرین ۴ صفحه ۱۶ کتاب درسی استفاده شده.

پاسخ: گزینه ۳

نقاط متساوی‌فاصله از یک خط:

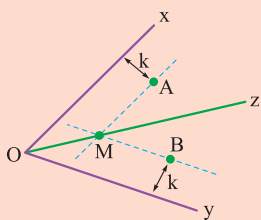
مجموعه نقاطی از یک صفحه که از یکی از خطوط صفحه به فاصله ثابتی باشند، دو خط موازی با آن خط هستند که در طرفین آن قرار گرفته‌اند. به عنوان مثال دو خط d_1 و d_2 در شکل زیر، مجموعه نقاطی از صفحه را تشکیل می‌دهند که از خط d به فاصله ثابت k قرار دارند.



گام اول: یکی از روش‌های رسم نیمساز یک زاویه آن است که نقطه‌ای درون زاویه پیدا کنیم که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد. برای این کار کافی است خطوطی به فاصله یکسان از دو ضلع زاویه، مثلاً به فاصله k واحد از هر کدام رسم کنیم.

گام دوم: مجموعه نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ثابت k باشند، دو خط موازی با خط d در طرفین آن و به فاصله k از آن است. اگر خطوطی به فاصله ثابت k از دو ضلع یک زاویه رسم کنیم، برای هر ضلع زاویه یکی از این خطوط موازی، درون زاویه قرار می‌گیرد و محل برخورد این دو خط، روی نیمساز زاویه خواهد بود و برای رسم نیمساز کافی است این نقطه را به رأس زاویه وصل کنیم.

گام سوم: برای رسم این خطوط موازی کافی است، نقطه دلخواهی به فاصله k از هر کدام از دو ضلع زاویه انتخاب کرد و سپس با استفاده از روش رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن، خطی موازی با ضلع مفروض رسم نمود.



با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه، $1/5$ برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

(سؤال ۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

- (۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
- (۲) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۳) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
- (۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

در مثلث ABC ، نقطه E روی ضلع AB به گونه‌ای قرار دارد که از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است. کدام

نامساوی همواره درست است؟

$$BC < CE \quad (۲)$$

$$AE < AC \quad (۱)$$

$$BE < CE \quad (۴)$$

$$CE < AC \quad (۳)$$

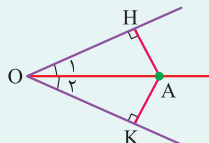
پاسخ: گزینه ۱

نقطه E باید روی نیمساز زاویه C باشد.

Hint

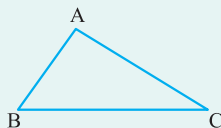
درس Box

(۱) ویژگی نیمساز زاویه: هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Leftrightarrow AH = AK$$

(۲) قضیه ضلع برتر: اگر در یک مثلث، دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.



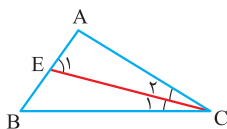
$$\Delta ABC : AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

(۳) قضیه زاویه برتر: اگر در یک مثلث، دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

$$\Delta ABC : \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$$

گام اول: نقطه E از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس روی نیمساز زاویه C قرار دارد، $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: زاویه $\hat{E}_1$ ، زاویه خارجی برای مثلث EBC است، پس داریم:

$$\hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{E}_1 > \hat{C}_2$$

گام سوم: طبق قضیه زاویه برتر در مثلث AEC می‌توان نوشت:

$$\hat{E}_1 > \hat{C}_2 \Rightarrow AC > AE$$

۱۸ اگر $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ و $x + 2y + z = 40$ باشد. مقدار x کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۰ (۴)

۶ (۳)

مشاوره این سؤال از مبحث نسبت و تناسب در هندسه و مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۳ طراحی شده.

پاسخ: گزینه ۳

می توانیم نسبت های داده شده را برابر k قرار دهیم.

Hint

درسی Box

دو ویژگی مهم در تناسب عبارت اند از:

$$۱) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (b, d \neq 0)$$

$$۲) \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} \quad (b_1, b_2, \dots, b_n \neq 0)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: تناسب داده شده را برابر k قرار داده و مقادیر x, y و z را بر حسب k می نویسیم.

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \\ z = 7k \end{cases}$$

گام دوم: مقادیر به دست آمده از گام اول را در رابطه دوم قرار می دهیم:

$$x + 2y + z = 40 \Rightarrow 3k + 10k + 7k = 40 \Rightarrow 20k = 40 \Rightarrow k = 2$$

گام سوم: بنابراین مقدار x برابر است با:

$$x = 3k = 3 \times 2 = 6$$

په چور دیگه ➔ از ویژگی های تناسب کمک می گیریم:

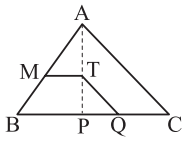
$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{2y}{10} = \frac{z}{7} \Rightarrow \frac{x + 2y + z}{3 + 10 + 7} = \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{40}{20} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 6$$

(هندسه ۱) - تمرین ۱ صفحه ۳۳ کتاب درسی)

اگر $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{3}{5}$ ، حاصل $x + y + z$ را به دست آورید.

کتاب درسی

در شکل زیر، P نقطه‌ای روی ضلع BC، $MT \parallel BC$ و $TQ \parallel AC$ است. نسبت $\frac{AM}{BM}$ کدام است؟



$$\frac{PQ}{QC} \quad (۲)$$

$$\frac{QC}{PQ} \quad (۴)$$

$$\frac{AC}{TQ} \quad (۱)$$

$$\frac{TQ}{AC} \quad (۳)$$

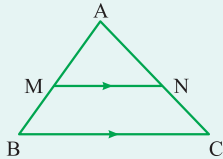
پاسخ: گزینه ۴

قضیه تالس را در مثلث‌های ABP و ACP بنویسید.

Hint

درس Box

در مثلث ABC، اگر پاره خط MN موازی ضلع BC رسم شود، آن‌گاه:



(۱) قضیه تالس:

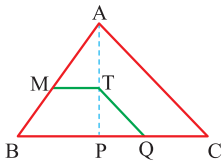
$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

(۲) تعمیم قضیه تالس:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

گام اول: طبق قضیه تالس در مثلث ABP داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$MT \parallel BP \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AT}{TP} \quad (۱)$$

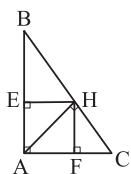
گام دوم: طبق قضیه تالس در مثلث ACP داریم:

$$TQ \parallel AC \Rightarrow \frac{AT}{TP} = \frac{QC}{PQ} \quad (۲)$$

گام سوم: از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{QC}{PQ}$$

در شکل زیر، از نقطه H پای ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، دو عمود HE و HF بر اضلاع AB و AC رسم شده است. اگر $AF = ۴$ و $CF = ۱$ باشد، اندازه BE کدام است؟



۵ (۱)

۶ (۲)

۷ / ۵ (۳)

۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

از روابط طولی در دو مثلث قائم‌الزاویه AHB و AHC استفاده کنید.

Hint

درس‌Box

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه:

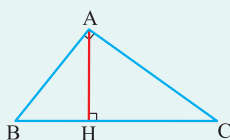
اگر AH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه ABC باشد، آن‌گاه روابط زیر برقرار است:

$$۱) AH \times BC = AB \times AC$$

$$۲) AH^2 = BH \times CH$$

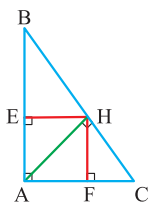
$$۳) AB^2 = BH \times BC$$

$$۴) AC^2 = CH \times BC$$



گام اول: در مثلث قائم‌الزاویه AHC ، پاره‌خط HF ، ارتفاع وارد بر وتر است، پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$HF^2 = AF \times CF = ۴ \times ۱ = ۴ \Rightarrow HF = ۲$$

گام دوم: چهارضلعی $AEHF$ مستطیل است، بنابراین:

$$\begin{cases} HE = AF = ۴ \\ AE = HF = ۲ \end{cases}$$

گام سوم: در مثلث قائم‌الزاویه AHB ، HE ارتفاع وارد بر وتر است، پس داریم:

$$HE^2 = AE \times BE \Rightarrow ۴^2 = ۲ \times BE \Rightarrow BE = ۸$$

یک چهارضلعی، کدام ویژگی را دارا باشد تا وسط‌های اضلاع آن، رأس‌های یک لوزی باشند؟

(۱) قطرهای آن بر هم عمود باشند.

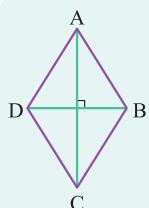
(۲) قطرهای آن مساوی یکدیگر باشند.

(۳) دو ضلع مجاور مساوی داشته باشد.

(۴) دو ضلع مجاور عمود بر هم داشته باشد.

پاسخ: گزینه ۲

دقت کنید که شکل حاصل از وصل کردن وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی دلخواه در حالت کلی یک متوازی‌الاضلاع است.

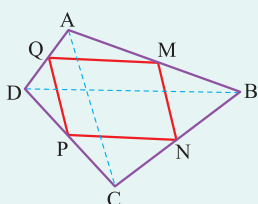


(۱) لوزی: چهارضلعی‌ای که چهار ضلع برابر دارد، لوزی نامیده می‌شود. به عبارت دیگر لوزی، متوازی‌الاضلاعی است که اضلاع مجاور آن برابر یکدیگرند.

در لوزی قطرهای عمود منصف یکدیگرند و همچنین قطرهای نیمساز زاویه‌ها هستند. برعکس اگر در یک چهارضلعی قطرهای عمود منصف یکدیگر باشند یا اگر در یک چهارضلعی قطرهای نیمساز زاویه‌ها باشند، آن چهارضلعی، لوزی است.

(۲) شکل حاصل از وصل کردن متوالی وسط‌های اضلاع هر چهارضلعی دلخواه، یک متوازی‌الاضلاع است.

مطابق شکل داریم:

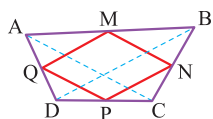


$$\begin{cases} MN \parallel PQ \parallel AC, & MN = PQ = \frac{1}{2} AC \\ MQ \parallel NP \parallel BD, & MQ = NP = \frac{1}{2} BD \end{cases}$$

محیط چهارضلعی حاصل برابر مجموع طول قطرهای چهارضلعی اولیه و مساحت چهارضلعی حاصل برابر نصف مساحت چهارضلعی اولیه است.

گام اول: مطابق درس‌بکس، اضلاع چهارضلعی حاصل از وصل کردن متوالی وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی دلخواه دوبه‌دو موازی قطرهای چهارضلعی اولیه و نصف این قطرهای هستند.

گام دوم: در لوزی اندازه اضلاع برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:



$$MN = NP \Rightarrow \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD \Rightarrow AC = BD$$

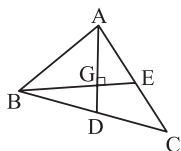
یعنی اندازه قطرهای چهارضلعی ABCD برابر یکدیگر است.

Hint

درس‌بکس

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است. اگر $AD \perp BE$ ، $EC = ۱۳$ و $GD = ۶$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۹۰ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۵۰ (۳)

۱۸۰ (۴)

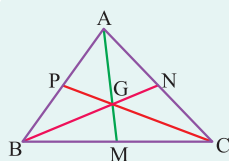
پاسخ: گزینه ۴

میانه‌های مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

میانه‌های هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث هم‌رس‌اند.

Hint

درس‌Box



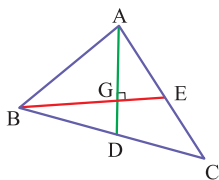
(۱) میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، یعنی فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها از هر رأس مثلث، $\frac{۲}{۳}$ طول میانه نظیر آن رأس و از وسط هر ضلع مثلث، $\frac{۱}{۳}$ طول میانه نظیر آن ضلع است.

$$\begin{cases} AG = ۲GM = \frac{۲}{۳} AM \\ BG = ۲GN = \frac{۲}{۳} BN \\ CG = ۲GP = \frac{۲}{۳} CP \end{cases}$$

(۲) از برخورد میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید.

$$S_{AGP} = S_{AGN} = S_{BGP} = S_{BGM} = S_{CGM} = S_{CGN} = \frac{۱}{۶} S_{ABC}$$

گام اول: چون G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است، پس AD و BE میانه‌های مثلث هستند. E وسط ضلع AC است، پس $AE = EC = ۱۳$. از طرفی میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس $AG = ۲GD = ۱۲$.



گام دوم: مثلث AGE قائم‌الزاویه است، بنابراین داریم:

$$GE^2 = AE^2 - AG^2 = ۱۳^2 - ۱۲^2 = ۲۵ \Rightarrow GE = ۵$$

$$S_{AGE} = \frac{۱}{۲} AG \times GE = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times ۵ = ۳۰$$

گام سوم: از برخورد میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید، پس داریم:

$$S_{ABC} = ۶ S_{AGE} = ۶ \times ۳۰ = ۱۸۰$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مساحت یک پنج‌ضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. حداقل مساحت این پنج‌ضلعی کدام است؟

$$۳/۵ (۲)$$

$$۲/۵ (۱)$$

$$۵/۵ (۴)$$

$$۴/۵ (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

یک n ضلعی شبکه‌ای حداقل n نقطه مرزی دارد.

(۱) اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای را به ترتیب با b و i نمایش دهیم، آن‌گاه طبق فرمول پیک، مساحت این چندضلعی برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

(۲) اگر a ، b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن‌گاه b را واسطه حسابی a و c می‌نامیم. در این صورت b برابر میانگین a و c است، یعنی داریم:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

گام اول: عدد مساحت این پنج‌ضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است، پس طبق رابطه واسطه حسابی داریم:

$$S = \frac{b+i}{2} (*)$$

گام دوم: با جای‌گذاری رابطه فوق در فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{(*)} \frac{b}{2} + \frac{i}{2} = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{i}{2} = 1 \Rightarrow i = 2$$

یعنی این پنج‌ضلعی شبکه‌ای، دو نقطه درونی دارد.

گام سوم: یک پنج‌ضلعی شبکه‌ای حداقل ۵ نقطه مرزی دارد، بنابراین حداقل مساحت آن برابر است با:

$$S_{\min} = \frac{5}{2} + 2 - 1 = 3/2$$

Hint

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از دو خط متمایز d_1 و d_2 ، تنها یک صفحه عبور می‌کند. از نقطه‌ای خارج این صفحه، چند خط می‌توان رسم کرد که هر دو خط را قطع کند؟

- (۱) صفر
(۲) دقیقاً یکی
(۳) حداکثر یکی
(۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۲

حالت‌های مختلف دو خط در فضا را بررسی کنید تا وضعیت دو خط d_1 و d_2 نسبت به هم مشخص شود.

Hint

درس‌Box

دو خط در فضا یکی از سه حالت زیر را دارند:

- (۱) **مقاطع:** در صورتی که دو خط تنها یک نقطه مشترک داشته باشند، نسبت به هم متقاطع‌اند.
(۲) **موازی:** دو خط در صورتی که نقطه اشتراکی نداشته باشند، ولی در یک صفحه قرار گیرند، موازی نامیده می‌شوند.
(۳) **متنافر:** دو خط که هیچ صفحه‌ای شامل هر دوی آن‌ها وجود ندارد، متنافر نامیده می‌شوند.

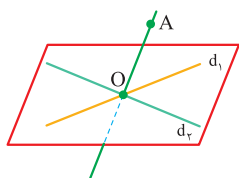
نکته

از هر دو خط متقاطع یا از هر دو خط موازی در فضا، یک و تنها یک صفحه عبور می‌کند.

گام اول: از دو خط متمایز d_1 و d_2 ، تنها یک صفحه عبور می‌کند، بنابراین دو خط d_1 و d_2 یا متقاطع‌اند و یا موازی یکدیگرند. (بر دو خط متنافر هیچ صفحه‌ای عبور نمی‌کند.)

پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم: اگر دو خط d_1 و d_2 متقاطع باشند، آن‌گاه تنها خطی که از نقطه A خارج صفحه این دو خط عبور کرده و هر دوی آن‌ها را قطع می‌کند، خطی است که نقطه A را به نقطه تقاطع دو خط وصل می‌کند.



گام سوم: اگر دو خط d_1 و d_2 موازی باشند، آن‌گاه هیچ خطی وجود ندارد که از A عبور کرده و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند.



صفحه‌ای در برخورد با کره‌ای به شعاع R ، بیشترین سطح مقطع ممکن را ایجاد کرده است. این صفحه را در راستای عمود بر صفحه چه قدر جابه‌جا کنیم تا مساحت سطح مقطع حاصل، $\frac{1}{3}$ حالت اولیه باشد؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} R \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} R \quad (۱)$$

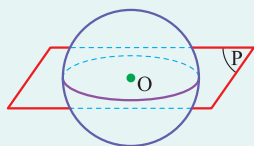
$$\frac{1}{3} R \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} R \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

از مرکز کره به مرکز دایره سطح مقطع در حالت دوم وصل کرده و از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شده استفاده کنید.

سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه دلخواه با یک کره، همواره یک دایره است. بیشترین مساحت ممکن برای این سطح مقطع زمانی حاصل می‌شود که صفحه مورد نظر از مرکز کره عبور کند. در صورتی که شعاع کره برابر R باشد، مساحت بزرگ‌ترین سطح مقطع ممکن برابر πR^2 خواهد بود.

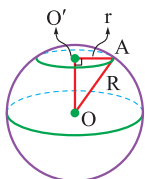


Hint

درس Box

گام اول: در حالت اول که بیشترین مساحت ممکن برای سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه با کره ایجاد شده، صفحه از مرکز کره عبور می‌کند. مساحت این سطح مقطع برابر πR^2 است.

گام دوم: صفحه را به اندازه a واحد در راستای عمودی جابه‌جا می‌کنیم این بار از برخورد صفحه با کره، دایره‌ای به شعاع r پدید می‌آید. مطابق فرض داریم:



$$S' = \frac{1}{3} S \Rightarrow \pi r^2 = \frac{1}{3} \pi R^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{3} R^2$$

گام سوم: طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'A$ می‌توان نوشت:

$$OO'^2 = OA^2 - O'A^2 = R^2 - r^2 = R^2 - \frac{1}{3} R^2 = \frac{2}{3} R^2 \Rightarrow OO' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} R = \frac{\sqrt{6}}{3} R$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بزرگ‌ترین الماس تراش خورده جهان، ستاره بزرگ آفریقا نام دارد. جرم این الماس ۵۳۰ قیراط است. جرم این الماس

در SI و برحسب نمادگذاری علمی کدام است؟ (هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی گرم است.)

- (۱) $۱/۰۶ \times ۱۰^{-۱}$ (۲) $۱۰/۶ \times ۱۰^{-۲}$ (۳) $۲/۶۵ \times ۱۰^{-۱}$ (۴) $۲۶/۵ \times ۱۰^{-۲}$

پاسخ: گزینه ۱

آشنایی با پیشوندها:

درس Box

(۱) گاهی اوقات در فیزیک، کمیت اندازه‌گیری شده، خیلی کوچک یا خیلی بزرگ است که اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع، از پیشوندهایی که همگی به صورت ۱۰^n هستند، استفاده می‌کنیم. این پیشوندها می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد یا کوچک‌تر از واحد باشند که در جدول زیر آن‌ها را آورده‌ایم:

نام	دکا	هکتو	کیلو	مگا	گیگا	ترا
پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد	da	h	k	M	G	T
معنا	$\times ۱۰^۱$	$\times ۱۰^۲$	$\times ۱۰^۳$	$\times ۱۰^۶$	$\times ۱۰^۹$	$\times ۱۰^{۱۲}$
نام	دسی	سانتی	میلی	میکرو	نانو	پیکو
پیشوندهای کوچک‌تر از واحد	d	c	m	μ	n	p
معنا	$\times ۱۰^{-۱}$	$\times ۱۰^{-۲}$	$\times ۱۰^{-۳}$	$\times ۱۰^{-۶}$	$\times ۱۰^{-۹}$	$\times ۱۰^{-۱۲}$

(۲) برای تبدیل یکا از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم که در آن، اندازه کمیت مورد نظر را در یک کسر تبدیل (یعنی نسبتی از یکاها که برابر یک است) ضرب می‌کنیم.

به عنوان مثال، اگر بخواهیم ۲۱۶ km/h را به m/s تبدیل کنیم، داریم:

$$۲۱۶ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} = \frac{۲۱۶ \times ۱۰^۳}{۳۶۰۰} \text{ m/s} = ۶۰ \text{ m/s}$$

یکای جرم در SI کیلوگرم است، بنابراین، به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\begin{aligned} \text{جرم الماس} &= ۵۳۰ \text{ قیراط} \times \frac{۲۰۰ \text{ mg}}{۱ \text{ قیراط}} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} \\ &= ۵۳۰ \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ kg} = ۱۰۶ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg} \xrightarrow{\text{برحسب نمادگذاری علمی}} ۱/۰۶ \times ۱۰^{-۱} \text{ kg} \end{aligned}$$

عدد داده شده در (۲) هم جرم الماس در SI است، ولی برحسب نمادگذاری علمی نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗

چگالی کره توپر A، ۲۵ درصد کم‌تر از چگالی کره توپر B است. اگر شعاع کره B، ۵۰ درصد بزرگ‌تر از شعاع کره A باشد، جرم کره A تقریباً چند درصد کم‌تر از جرم کره B است؟

۱۴ (۱) ۲۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

چگالی

درس Box

به نسبت جرم (m) به حجم (V) یک ماده، چگالی آن ماده می‌گویند؛ به عبارت دیگر: «جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است.»

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکا در SI}} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ρ : چگالی جسم بر حسب kg/m^3

m: جرم جسم بر حسب kg

V: حجم جسم بر حسب m^3

گام اول: چگالی کره توپر A، ۲۵ درصد کم‌تر از چگالی کره توپر B است، پس:

$$\rho_A = \rho_B - \frac{25}{100} \rho_B = \frac{75}{100} \rho_B \Rightarrow \rho_A = \frac{3}{4} \rho_B$$

شعاع کره B، ۵۰ درصد بزرگ‌تر از شعاع کره A است؛ بنابراین:

$$r_B = r_A + \frac{50}{100} r_A = \frac{150}{100} r_A \Rightarrow \frac{3}{2} r_A$$

گام دوم: نسبت جرم کره A به جرم کره B را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V = \frac{4}{3} \pi r^3} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^3 \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} \rho_B}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{\frac{3}{2} r_A}{r_A} \right)^3 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{27} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{9}$$

گام سوم: حالا می‌توانیم درصد خواسته‌شده را محاسبه کنیم:

$$\frac{\Delta m}{m_B} \times 100 = \frac{m_A - m_B}{m_B} \times 100 = \frac{\frac{2}{9} m_B - m_B}{m_B} \times 100 = \frac{-\frac{7}{9} m_B}{m_B} \times 100 = -\frac{7}{9} \times 100 = -77.77\%$$

$$= -\frac{7}{9} \times 100 = -77.77\% \Rightarrow \text{درصد تفاوت جرم} \approx -78\%$$

شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کم‌تر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A، نصف جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کره B است؟

(سوال ۶۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۱۲ / ۵ (۱) ۱۸ / ۵ (۲) ۳۴ (۳) ۳۶ (۴)

فشار پیمانه‌ای در عمق ۴۰ متری یک دریاچه چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب دریاچه 1 g/cm^3 ، $g = 10 \text{ N/kg}$ و فشار هوای محیط 1 bar است.)

۴۰۰ (۲)

۴۰ (۱)

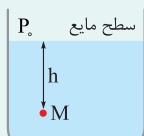
۵۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

(۱) فشار ناشی از مایع:

فشار ناشی از مایع در نقطه M (در عمق h از سطح آزاد مایع) برابر است با:



$$P_M = \rho gh + P_0 \Rightarrow P_M - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_{\text{مایع}(M)} = \rho gh$$

(۲) فشار پیمانه‌ای:

اختلاف فشار مطلق و فشار هوا: $P_g = P - P_0$

در این تست، فشار پیمانه‌ای در نقطه M همان فشار ناشی از مایع در نقطه M است، پس:

$$P_g = \rho gh \xrightarrow{\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3} P_g = 1000 \times 10 \times 40 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow P_g = 4 \times 10^5 \text{ Pa} \times \frac{1 \text{ kPa}}{10^3 \text{ Pa}} \Rightarrow P_g = 400 \text{ kPa}$$

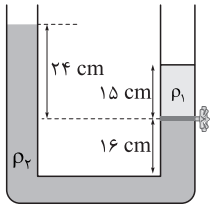
در صورت تست، فشار هوا ($P_0 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$) هم داده شده که اگر شما به اشتباه به جای فشار پیمانه‌ای، فشار در عمق مورد نظر را به دست آوردید به گزینه اشتباه (۴) برسید.

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗

در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های $\rho_1 = 0.8 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_2 = 2 \text{ g/cm}^3$ توسط شیر رابط از هم جدا شده‌اند. به شاخه سمت راست، به ارتفاع 25 cm مایعی به چگالی ρ_3 اضافه می‌کنیم. اگر پس از باز شدن شیر رابط، ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ 5 cm کاهش یابد، ρ_3 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟



(۱) ۰ / ۵

(۲) ۰ / ۵۶

(۳) ۰ / ۶

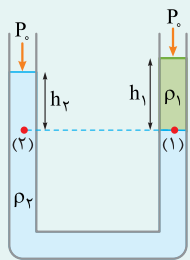
(۴) ۰ / ۶۴

پاسخ: گزینه ۴

لوله‌های U شکل:

درس‌Box

هرگاه دو یا چند مایع مخلوط‌نشدنی مختلف درون یک لوله U شکل قرار بگیرند، پس از مشخص کردن سطح هم‌ترازی مایع‌ها در دو شاخه لوله، تساوی فشار در آن دو نقطه را به صورت زیر می‌نویسیم:

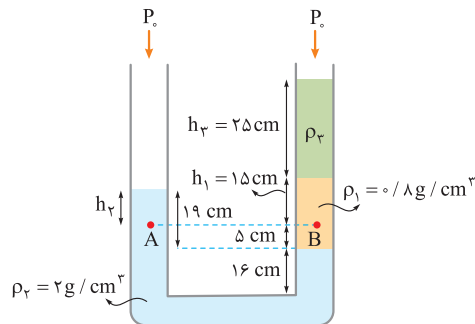


$$P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

پس از باز شدن شیر رابط، مطابق شکل زیر ارتفاع مایع با چگالی ρ_2 در شاخه سمت چپ 5 cm کاهش می‌یابد و با توجه به یکسان بودن مساحت مقطع شاخه‌ها، ارتفاع این مایع در شاخه سمت راست، 5 cm افزایش می‌یابد. فشار در نقاط هم‌تراز A و B در شکل زیر را برابر قرار می‌دهیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_3$$

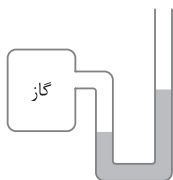
$$\Rightarrow \rho_2 g h_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_3 \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_3$$

$$\Rightarrow 2 \times (16 - 5) = 0.8 \times 15 + 2 \times 5 \Rightarrow 22 = 12 + 2\rho_3$$

$$\Rightarrow 25\rho_3 = 10 \Rightarrow \rho_3 = \frac{10}{25} = 0.4 \text{ g/cm}^3$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، چگالی مایع درون لوله برابر با $1/7 \text{ g/cm}^3$ است. اگر فشار گاز را ۲۰ درصد کاهش دهیم، اختلاف ارتفاع مایع در لوله‌ها 20 cm تغییر می‌کند. فشار اولیه گاز درون مخزن، چند سانتی‌متر جیوه است؟ $g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$



(۱) $12/5$

(۲) 25

(۳) 50

(۴) 100

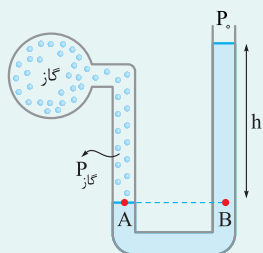
پاسخ: گزینه ۱

درس‌Box

محاسبه فشار گاز متصل به یک لوله U شکل (فشارسنج شاردها با مانومتر):

برای محاسبه فشار گاز درون یک مخزن متصل به لوله U شکل، کافی است دو نقطه مناسب هم‌ارتفاع از یک مایع درون لوله را انتخاب کرده و شرط برابری فشار در آن دو نقطه را بنویسید.

حالت اول: در شکل زیر، فشار گاز درون مخزن از فشار هوا بیشتر است و مقدار فشار گاز درون مخزن برابر است با:

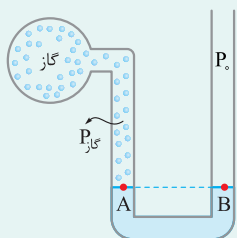


شکل (۱)

$$\begin{cases} P_A = P_{\text{گاز}} \text{ (سطح A با گاز در تماس است.)} \\ P_B = P_0 + \rho gh \text{ (بالای نقطه B فشار هوا و فشار ستون مایع با ارتفاع h را داریم.)} \end{cases}$$

می‌توان گفت که فشار گاز بیشتر از فشار هوا بوده است، به همین دلیل سطح مایع در سمت چپ، پایین‌تر از سطح مایع در سمت راست دارند.

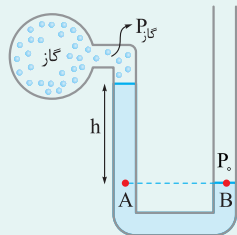
حالت دوم: در شکل زیر، فشار گاز درون مخزن با فشار هوا برابر است، به همین دلیل ارتفاع سطح مایع در سمت چپ و راست یکسان است.



شکل (۲)

$$\begin{cases} P_A = P_{\text{گاز}} \\ P_B = P_0 \end{cases} \xrightarrow{P_A = P_B} P_{\text{گاز}} = P_0$$

حالت سوم: در شکل زیر، فشار گاز درون مخزن از فشار هوا کمتر است، به همین دلیل سطح مایع در سمت چپ، بالاتر از سطح مایع در سمت راست قرار دارد.



$$\begin{cases} P_B = P_0 \\ P_A = P_{\text{گاز}} + \rho gh \end{cases} \xrightarrow{P_A = P_B} P_{\text{گاز}} = P_0 - \rho gh$$

تذکر: برای محاسبه فشار برحسب سانتی‌متر جیوه، کافی است ارتفاع جیوه معادل با آن مایع را به صورت زیر به دست آوریم. در این صورت h جیوه همان فشار مایع برحسب سانتی‌متر جیوه خواهد بود.

$$h_{\text{جیوه}} \rho_{\text{جیوه}} = h_{\text{مایع}} \rho_{\text{مایع}}$$

گام اول: فشار گاز ۲۰ درصد کاهش یافته است؛ بنابراین:

$$P_{\text{گاز}(2)} = P_{\text{گاز}(1)} - \frac{20}{100} P_{\text{گاز}(1)} = \frac{80}{100} P_{\text{گاز}(1)} = \frac{4}{5} P_{\text{گاز}(1)} \quad (I)$$

با کاهش فشار گاز، سطح مایع در لوله سمت چپ بالا و در لوله سمت راست پایین می‌آید؛ بنابراین اختلاف ارتفاع مایع در لوله‌ها کاهش می‌یابد. اگر اختلاف ارتفاع مایع درون لوله‌ها در حالت اول برابر h_1 سانتی‌متر در نظر بگیریم، اختلاف ارتفاع مایع در لوله‌ها در حالت دوم برابر است با:

$$h_2 = h_1 - 20 \text{ (cm)}$$

گام دوم: با توجه به شکل‌های «الف» و «ب» برای حالت‌های اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\text{حالت اول: } P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}(1)} = P_0 + \rho_{\text{مایع}} g h_1 \quad (II)$$

$$\text{حالت دوم: } P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{گاز}(2)} = P_0 + \rho_{\text{مایع}} g (h_1 - 20) \xrightarrow{(I)} \frac{4}{5} P_{\text{گاز}(1)} = P_0 + \rho_{\text{مایع}} g (h_1 - 20) \quad (III)$$

رابطه (III) را از رابطه (II) کم می‌کنیم:

$$\frac{1}{5} P_{\text{گاز}(1)} = \rho_{\text{مایع}} g (20) \Rightarrow P_{\text{گاز}(1)} = 100 \rho_{\text{مایع}} g$$

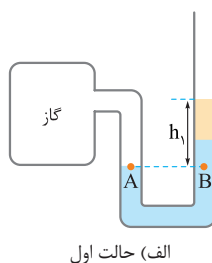
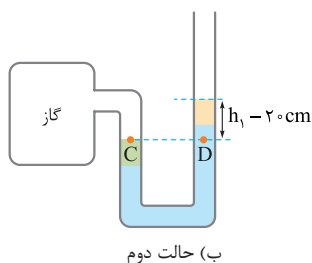
گام سوم:

$P_{\text{گاز}(1)}$ را بر حسب سانتی‌متر جیوه می‌خواهیم، پس:

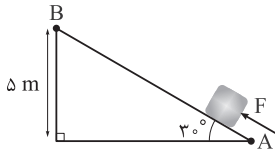
$$P_{\text{گاز}(1)} = P_{\text{جیوه}} \Rightarrow 100 \rho_{\text{مایع}} g = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 100 \times 1/7 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{100 \times 1/7}{13/6} = 12/5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}(1)} = 12/5 \text{ cmHg}$$



در شکل زیر، جسمی به جرم ۲ kg ، توسط نیروی ثابت $F = ۲۰ \text{ N}$ که موازی با سطح شیب‌دار است، از نقطه A به نقطه B، در سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم، ۵ N باشد، تندی جسم در نقطه B، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰ \text{ m/s}^2$)



(۱) ۵

(۲) $۵\sqrt{۲}$

(۳) $۵\sqrt{۳}$

(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

(۱) کار نیروی ثابت $\vec{F}$ ، در جابه‌جایی $\vec{d}$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W = F d \cos \theta$$

کار (J) جابه‌جایی (m)
نیرو (N) زاویه بین $\vec{F}$ و $\vec{d}$

(۲) کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -m g \Delta h$$

تغییر فاصله جسم از سطح زمین جرم جسم

در رابطه بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود $\Delta h < 0$ است.

(۳) اگر در یک جابه‌جایی معین، تندی جسمی از v_1 به v_2 برسد، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده بر روی جسم از رابطه زیر به دست می‌آید:

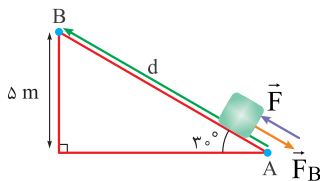
$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

تندی اولیه (m/s) جرم (kg) کار کل (J)
تندی نهایی (m/s) تغییر انرژی جنبشی (J)

گام اول: محاسبه جابه‌جایی جسم روی سطح شیب‌دار (فاصله AB):

$$\sin 30^\circ = \frac{5}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{d} \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$

گام دوم: نیروهای $\vec{F}$ ، اصطکاک ($\vec{f}_k$) و وزن روی جسم کار انجام می‌دهند. کار هر یک از این نیروها را حساب می‌کنیم:



$$W_F = F d \cos \theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} W_F = 20 \times 10 \times \cos 0^\circ = 200 \text{ J}$$

$$W_{mg} = -m g \Delta h \xrightarrow[\Delta h > 0]{\text{جسم از سطح زمین دور شده}} W_{mg} = -2 \times 10 \times 5 = -100 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta' \xrightarrow{\theta'=180^\circ} W_{f_k} = 5 \times 10 \times \cos 180^\circ = -50 \text{ J}$$

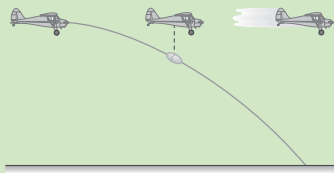
گام سوم: قضیه کار - انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) \Rightarrow 200 + (-100) + (-50) = \frac{1}{2} \times 2 \times (V_B^2 - 0^2)$$

$$\Rightarrow 50 = V_B^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} V_B = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع 100 m از سطح زمین و با تندی 50 m/s پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب‌دیدگان زلزله رها می‌کند. با صرف نظر از مقاومت هوا، تندی بسته در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



$50\sqrt{2}$ (۱)

$40\sqrt{2}$ (۲)

$40\sqrt{5}$ (۳)

$30\sqrt{5}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

(۱) درس باکس ۲ و ۳، تست ۳۱ را بخوانید.
(۲) اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ... انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار یکسانی دارد:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{\Delta E = 0} \Delta K + \Delta U = 0$$

اگر جسمی از درون متحرکی رها شود و تندی متحرک در لحظه رها شدن جسم برابر v باشد، تندی اولیه جسم هم برابر v است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + (-mg\Delta h) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(v_f^2 - v_i^2) - g\Delta h = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(v_f^2 - 50^2) - 10 \times 100 = 0 \Rightarrow v_f^2 - 50^2 = 2000 \Rightarrow v_f^2 = 4500 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} v_f = \sqrt{4500} = \sqrt{900 \times 5} = 30\sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$v_f = \sqrt{4500} = \sqrt{900 \times 5} = 30\sqrt{5} \text{ m/s}$$

از قضیه کار و انرژی جنبشی هم می‌توانیم تندی برخورد بسته با زمین را محاسبه کنیم:

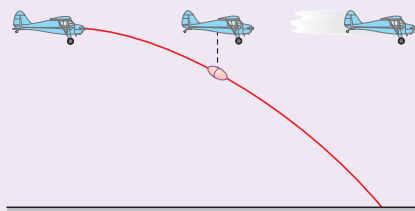
$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg}} mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow g\Delta h = \frac{1}{2}(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 10 \times 100 = \frac{1}{2}(v_f^2 - 50^2) \Rightarrow 2000 + 2500 = v_f^2 \Rightarrow v_f^2 = 4500 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} v_f = \sqrt{4500} = 30\sqrt{5} \text{ m/s}$$

یه جور دیگه

در شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع 300 m از سطح زمین و با تندی 50 m/s پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب‌دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چه قدر است؟ از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم‌پوشی کنید.

(فیزیک (۱) - تمرین ۱۴ صفحه ۸۰ کتاب درسی)



کتاب درسی

یک مخزن استوانه‌ای حاوی مقداری بنزین است. دمای بنزین داخل مخزن، حداقل باید 25°C افزایش یابد تا از مخزن سرریز شود. بنزین در ابتدا چه کسری از حجم مخزن را پر کرده است؟ ($10^{-3}\text{K}^{-1} = \beta_{\text{بنزین}}$ و از انبساط مخزن صرف نظر شود).

$$\frac{41}{42} \quad (4) \qquad \frac{40}{41} \quad (3) \qquad \frac{39}{40} \quad (2) \qquad \frac{38}{39} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

حجم بیشتر اجسام با افزایش دما، افزایش می‌یابد. اگر دمای مایعی با حجم اولیه V_1 را به اندازه ΔT تغییر دهیم تا به حجم ثانویه V_2 برسد، تغییر حجم مایع برابر است با:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T$$

تغییر دما ($^{\circ}\text{C}$ یا K) حجم اولیه

ضریب انبساط حجمی مایع ($\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ یا $\frac{1}{\text{K}}$)

حجم اولیه بنزین در مخزن برابر V_1 است. اگر حجم مخزن را برابر V_2 در نظر بگیریم، حجم ثانویه بنزین هم برابر V_2 خواهد

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بود. در این صورت باید به دنبال $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\text{حجم اولیه بنزین}}{\text{حجم مخزن}}$ باشیم؛ بنابراین:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow V_2 - V_1 = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow V_2 = V_1(1 + \beta \Delta \theta) \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{1 + \beta \Delta \theta} = \frac{1}{1 + 10^{-3} \times 25}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{25}{1000}} = \frac{1}{\frac{1000 + 25}{1000}} = \frac{1000}{1025} = \frac{40}{41}$$

۳۴

گرمایی که دمای ۳ kg آب را 15°C افزایش می‌دهد، دمای m کیلوگرم آلومینیم را 21°C تغییر می‌دهد. m کدام

است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و $c_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

رابطه گرما ($Q = mc\Delta\theta$) را برای هر دو ماده (آب و آلومینیم) بنویسید و آن‌ها را مساوی یکدیگر قرار دهید تا جرم آلومینیم به دست آید.

گرما، مقدار انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما بین دو جسمی که با هم در تماس هستند، مبادله می‌شود. اگر دمای یک جسم با مبادله گرمای Q از θ_1 به θ_2 برسد، میزان گرمای مبادله‌شده برابر است با:

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

Q : گرما (J)

m : جرم جسم (kg)

c : گرمای ویژه ($\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)

$\theta_2 - \theta_1$: تغییرات دما ($^{\circ}\text{C}$ یا K)

علامت Q مشخص می‌کند که جسم گرما گرفته یا از دست داده است:

$Q > 0 \Rightarrow$ جسم گرما گرفته است.

$Q < 0 \Rightarrow$ جسم گرما از دست داده است.

گرمایی که برای افزایش دما به دو ماده داده می‌شود برابر است، پس:

$$Q_{\text{آب}} = Q_{\text{آلومینیم}} \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} = m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} \Delta\theta_{\text{Al}}$$

$$\Rightarrow 3 \times 4200 \times 15 = m \times 900 \times 21 \Rightarrow m = \frac{3 \times 4200 \times 15}{21 \times 900} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

Hint

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با استفاده از گرمکنی با توان گرمایی 840 W و بدون اتلاف انرژی، چند دقیقه زمان لازم است تا 360 g یخ 20°C را به طور کامل به آب 10°C تبدیل کنیم؟ $L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ و $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(۱) توان گرمایی:

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

(۲) محاسبه گرمای لازم برای ذوب و انجماد:

گرمای نهان ذوب برای یک جامد، برابر است با مقدار گرمایی که باید به یک کیلوگرم از آن جسم جامد در دمای ذوب آن بدهیم تا به مایع در همان دما تبدیل شود:

$$Q = mL_F$$

Q : گرمای لازم برای ذوب (J)

m : جرم جسم (kg)

L_F : گرمای نهان ذوب (J/kg)

گام اول: ابتدا گرمای لازم برای تبدیل یخ به آب را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{یخ } 20^\circ \text{C} \xrightarrow{mc_{\text{یخ}} \Delta \theta} \text{یخ } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{+mL_F} \text{آب } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{mc_{\text{آب}} \Delta \theta} \text{آب } 10^\circ \text{C}$$

$$Q = mc_{\text{یخ}} \Delta \theta + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta \theta = m(C_{\text{یخ}} \Delta \theta + L_F + C_{\text{آب}} \Delta \theta) = 360 \times 10^{-3} (2100 \times 20 + 336000 + 4200 \times 10) = 360 \times 21000 \times 10^{-3} (20 + 160 + 20) = 360 \times 21000 \times 200 \times 10^{-3} = 36 \times 4200 \text{ J}$$

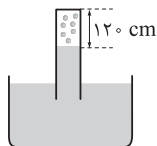
گام دوم: حال از رابطه توان می‌توانیم مدت زمان لازم را به دست آوریم:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{P} \Rightarrow \Delta t = \frac{36 \times 4200}{840} = 180 \text{ s}$$

$$\Delta t = 180 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 3 \text{ min}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

لوله بلندی مطابق شکل زیر درون یک ظرف حاوی جیوه قرار دارد. اگر لوله را ۲۰ cm از جیوه بیرون بکشیم، ارتفاع جیوه درون لوله ۵ cm تغییر می‌کند. فشار نهایی گاز محبوس درون لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ (دمای گاز محبوس را ثابت در نظر بگیرید و از تغییر ارتفاع سطح جیوه درون ظرف، صرف نظر کنید).



۶۰ (۱)

۵۵ (۲)

۴۵ (۳)

۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

تعریف گازهای کامل یا آرمانی: به گازهایی که به اندازه کافی رقیق باشند یا چگالی آن‌ها به حد کافی کم باشد و مولکول‌های آن‌ها به حدی از هم دور باشند که بر هم تأثیر چندانی نگذارند، گاز آرمانی می‌گویند. رفتار این گازها وابسته به سه کمیت فشار مطلق (P)، دما (T) و حجم (V) است که رابطه بین این سه کمیت به صورت زیر بیان می‌شود:

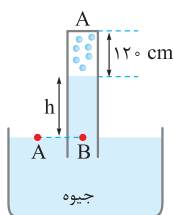
$$PV = nRT$$

طبق رابطه بالا، اگر مقدار معینی گاز آرمانی از حالت P_1 ، T_1 و V_1 به حالت P_2 ، T_2 و V_2 برود، داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

گام اول: برای حالت اول، مطابق شکل (الف) داریم:

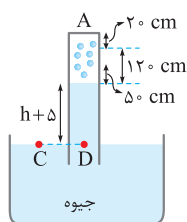
پاسخ خیلی تشریحی ✓



(الف)

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}(1)} + P_{\text{سانتی‌متر جیوه } h} \Rightarrow P_{\text{گاز}(1)} = P_0 - P_{\text{سانتی‌متر جیوه } h} \quad (I)$$

$$V_{\text{گاز}(1)} = 120 \times A$$



(ب)

گام دوم: با بیرون کشیدن لوله از جیوه، واضح است که حجم گاز محبوس افزایش می‌یابد؛ بنابراین با توجه به ثابت بودن دمای گاز محبوس، فشار آن باید کاهش یابد. مطابق شکل (ب)، با کاهش فشار گاز محبوس، سطح جیوه در لوله باید افزایش یابد. با توجه به صورت سؤال این افزایش برابر ۵ cm است. پس:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}(2)} + P_{\text{سانتی‌متر جیوه } h+5} \Rightarrow P_{\text{گاز}(2)} = P_0 - P_{\text{سانتی‌متر جیوه } h+5}$$

$$\xrightarrow{(I)} P_{\text{گاز}(2)} = P_{\text{گاز}(1)} + P_{\text{سانتی‌متر جیوه } h} - P_{\text{سانتی‌متر جیوه } h+5} = P_{\text{گاز}(1)} - 5 \text{ (cmHg)}$$

$$V_{\text{گاز}(2)} = (120 - 5 + 20)A = 135A$$

برای فشار لازم نبود معادله‌های بالا را بنویسیم. همین که فهمیدید فشار گاز محبوس کاهش یافته و ارتفاع جیوه در لوله هم ۵ cm تغییر کرده، می‌توانید به راحتی به این نتیجه برسید که فشار گاز در حالت دوم ۵ cmHg کمتر از فشار گاز در حالت اول است.

گام سوم: با توجه به ثابت بودن دمای گاز، برای گاز محبوس در حالت‌های اول و دوم می‌توان نوشت:

$$P_{\text{گاز}(1)} V_{\text{گاز}(1)} = P_{\text{گاز}(2)} V_{\text{گاز}(2)} \Rightarrow P_{\text{گاز}(1)} \times 120A = (P_{\text{گاز}(1)} - 5) \times 135A$$

$$\Rightarrow 120P_{\text{گاز}(1)} = 135P_{\text{گاز}(1)} - 675 \Rightarrow 15P_{\text{گاز}(1)} = 675 \Rightarrow P_{\text{گاز}(1)} = 45 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{گاز}(2)} = 45 - 5 = 40 \text{ cmHg}$$

(۳) فشار اولیه گاز محبوس در لوله است.

گول‌نخوری ✗

مقدار 2 mol گاز کامل در دمای 400 K درون استوانه‌ای قرار دارد. این گاز در طی یک فرایند هم‌فشار 1600 J کار انجام می‌دهد. دمای گاز در انتهای این فرایند چند درجهٔ سلسیوس است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

$$227 \text{ (۲)}$$

$$100 \text{ (۱)}$$

$$500 \text{ (۴)}$$

$$327 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا از رابطهٔ کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار ($W' = nR\Delta T$)، تغییر دما را محاسبه کنید؛ سپس دمای نهایی را برحسب کلون تعیین کرده و آن را به درجهٔ سلسیوس تبدیل کنید.

Hint

درس‌Box

(۱) کار محیط بر روی گاز در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$W = -P\Delta V$$

طبق رابطهٔ بالا، علامت ΔV و W قرینهٔ یکدیگر است؛ یعنی اگر فرایند انبساطی باشد، کار محیط بر روی گاز منفی و اگر فرایند تراکمی باشد، کار محیط بر روی گاز مثبت است.

با جای‌گذاری معادلهٔ حالت گاز کامل ($PV = nRT$) در رابطهٔ بالا داریم:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V = nR\Delta T} W = -nR\Delta T$$

$$W' = -W$$

• کار گاز روی محیط برابر منفی کار محیط روی گاز است، یعنی:

$$T = \theta + 273$$

(۲) رابطهٔ بین دما برحسب کلون و درجهٔ سلسیوس:

گام اول: دمای نهایی گاز برحسب کلون به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W' = -W = nR\Delta T \Rightarrow 1600 = 2 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100 \text{ K}$$

$$T_f - T_i = 100 \Rightarrow T_f - 400 = 100 \Rightarrow T_f = 500 \text{ K}$$

(۴) دمای نهایی گاز برحسب کلون است، در حالی که خواستهٔ تست این دما برحسب درجهٔ سلسیوس است.

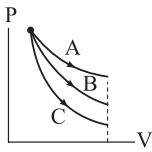
کول‌نخوری

گام دوم: دمای نهایی گاز برحسب درجهٔ سلسیوس برابر است با:

$$T_f = \theta_f + 273 \Rightarrow 500 = \theta_f + 273 \Rightarrow \theta_f = 227^\circ \text{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، نمودار $P - V$ مقدار معینی گاز کامل را در طی سه فرایند مجزای A ، B و C نشان می‌دهد. اگر فرایند B ، بی‌دررو باشد، کدام گزینه دربارهٔ گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در طی فرایندهای A و C درست است؟



$$Q_A > Q_C > 0 \quad (1)$$

$$Q_A < Q_C < 0 \quad (2)$$

$$Q_C < 0, Q_A > 0 \quad (3)$$

$$Q_C > 0, Q_A < 0 \quad (4)$$

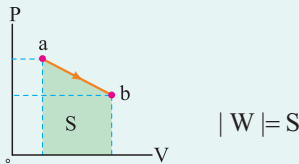
پاسخ: گزینه ۳

درس‌Box

(۱) انرژی درونی گاز کامل تابع دمای مطلق گاز ($U \propto T$) است که طبق معادلهٔ حالت گاز کامل ($PV = nRT$)، حاصل PV متناسب با دما است، پس:

$$\frac{U_a}{U_b} = \frac{T_a}{T_b} = \frac{P_a V_a}{P_b V_b}$$

(۲) به کمک نمودار $P - V$ می‌توانیم کاری را که روی دستگاه انجام شده است، با محاسبهٔ مساحت سطح زیر نمودار به دست آوریم.



(کار محیط روی دستگاه: W):

$$\begin{cases} \Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \\ \Delta V < 0 \Rightarrow W > 0 \end{cases}$$

(۳) اگر دستگاه در فرایندی ایستوار، گرمای Q را بگیرد و کار W بر روی آن انجام شود، این بستگی با رابطهٔ زیر نشان داده می‌شود که به آن قانون اول ترمودینامیک می‌گویند.

$$\Delta U = Q + W$$

(۴) در فرایند بی‌دررو:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$$

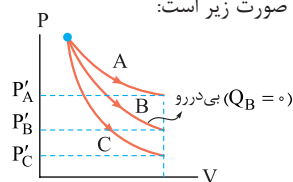
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در هر سه فرایند، حجم گاز افزایش یافته است، پس کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد (W) در هر سه فرایند منفی است. از طرفی مساحت سطح زیر نمودار ($P - V$) که بیانگر $|W|$ است در فرایند A بیشتر از B و در فرایند B بیشتر از C است، پس:

$$|W_A| > |W_B| \xrightarrow{\frac{W_A < 0}{W_B < 0}} W_A < W_B \quad (I)$$

$$|W_B| > |W_C| \xrightarrow{\frac{W_B < 0}{W_C < 0}} W_B < W_C \quad (II)$$

گام دوم: با توجه به نمودار، فشار حالت ثانویه در فرایند A بیشتر از فرایند B بیشتر از فرایند C است؛ بنابراین با توجه به یکسان بودن حجم ثانویهٔ گاز در هر سه فرایند، مقایسهٔ انرژی درونی ثانویهٔ گاز در این سه فرایند به صورت زیر است:



$$P'_A > P'_B > P'_C \Rightarrow P'_A V > P'_B V > P'_C V \xrightarrow{U' \propto P'V} U'_A > U'_B > U'_C$$

با توجه به این که حالت اولیه گاز در هر سه فرایند یکسان است، انرژی درونی اولیهٔ گاز در هر سه فرایند یکسان و آن را برابر U در نظر می‌گیریم. در نتیجه:

$$U'_A - U > U'_B - U > U'_C - U \Rightarrow \Delta U_A > \Delta U_B > \Delta U_C$$

گام سوم: با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در گام‌های اول و دوم، در فرایند A و B را مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta U_A > \Delta U_B \Rightarrow Q_A + W_A > Q_B + W_B \xrightarrow{Q_B=0} Q_A + W_A > W_B \Rightarrow Q_A > W_B - W_A$$

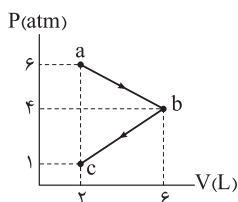
با توجه به رابطه (I)، $W_B - W_A > 0$ است، پس: $Q_A > 0$

گام چهارم با توجه به نتایج به دست آمده در گام‌های اول و دوم، دو فرایند B و C را مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta U_B > \Delta U_C \Rightarrow Q_B + W_B > Q_C + W_C \xrightarrow{Q_B = 0} W_B > Q_C + W_C \Rightarrow Q_C < W_B - W_C$$

با توجه به رابطه (II)، $W_B - W_C < 0$ است، پس: $Q_C < 0$

نمودار $P - V$ ، مربوط به مقدار معینی از یک گاز کامل به شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در نقطه b برابر با 600 J باشد، اندازه گرمایی که گاز در فرایند abc با محیط مبادله می کند، چند ژول است؟



(۱) 750

(۲) 1000

(۳) 1250

(۴) 1500

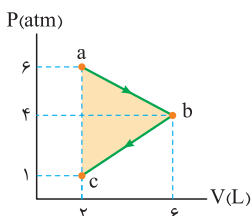
پاسخ: گزینه ۱

درس باکس تست ۳۸ را بخوانید.

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: تغییر انرژی درونی گاز را در فرایند ac به دست می آوریم:



$$U \propto PV \Rightarrow \frac{U_a}{U_b} = \frac{P_a V_a}{P_b V_b} \Rightarrow \frac{U_a}{600} = \frac{2 \times 6}{4 \times 6} \Rightarrow U_a = 300 \text{ J}$$

$$\frac{U_c}{U_b} = \frac{P_c V_c}{P_b V_b} \Rightarrow \frac{U_c}{600} = \frac{1 \times 2}{4 \times 6} \Rightarrow U_c = 50 \text{ J}$$

$$\Delta U = U_c - U_a \Rightarrow \Delta U = 50 - 300 = -250 \text{ J}$$

گام دوم: کار انجام شده توسط گاز را به دست می آوریم:

$$W = -S_{\Delta} \Rightarrow W = -\frac{(6-1) \times 10^5 \times (6-2) \times 10^{-3}}{2} = \frac{-5 \times 4}{2} \times 100 \Rightarrow W = -1000 \text{ J}$$

گام سوم: حال می توانیم با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله شده را به دست آوریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow -250 = Q - 1000 \Rightarrow Q = 750 \text{ J}$$

۴۰

در موتور درون سوز، در مرحله «ضربه تراکم»: پیستون می رود و فشار و دمای گاز می یابد.

(۱) پایین - کاهش

(۲) پایین - افزایش

(۳) بالا - کاهش

(۴) بالا - افزایش

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

ماشین بنزینی چرخه ای را طی می کند که دارای شش فرایند است. از این شش فرایند، چهار فرایند همراه با حرکت پیستون اند که به آن ها ضربه می گوئیم.

(۱) **ضربه مکش:** با پایین آمدن پیستون، مخلوط بنزین و هوا از طریق دریچه ورودی وارد استوانه می شود. وقتی پیستون بالاست، حجم فضای بالای آن V_1 و وقتی پیستون پایین است، حجم این فضا $V_2 = rV_1$ است (r را نسبت تراکم یا نسبت انبساط می گویند). وقتی پیستون به پایین ترین وضعیت خود رسید، سوپاپ دریچه ورودی بسته می شود و مخلوط بنزین و هوا داخل استوانه محبوس می گردد.

(۲) **ضربه تراکم:** پیستون بالا می آید، مخلوط را متراکم می کند و آن را به حجم V_1 می رساند. این تراکم به سرعت رخ می دهد، بنابراین می توان آن را بی دررو در نظر گرفت. در نتیجه در پایان این مرحله، دما و فشار مخلوط بسیار بالا رفته است.

(۳) **آتش گرفتن:** هنگامی که پیستون به بالاترین وضعیت خود رسید، شمع جرقه می زند، مخلوط آتش می گیرد و دما و فشار آن در حجم ثابت V_1 تا مقدار زیادی بالا می رود؛ چون آتش گرفتن مخلوط در داخل استوانه رخ می دهد و مخلوط از بیرون گرما نمی گیرد، این موتورها را درون سوز می گویند.

(۴) **ضربه قدرت:** در این مرحله در اثر فشار زیاد، مخلوط منبسط می شود و حجم آن از V_1 به V_2 می رسد. این انبساط به سرعت رخ می دهد، بنابراین می توان آن را بی دررو در نظر گرفت. در نتیجه در این انبساط، فشار و دمای مخلوط کاهش می یابد. در این مرحله مخلوط، پیستون را به شدت به پایین می راند و روی آن کار انجام می دهد. این کار توسط میل لنگ به اجزای دیگر ماشین منتقل می شود.

(۵) **تخلیه:** در حالی که پیستون در پایین ترین وضعیت (حجم V_2) قرار دارد، سوپاپ دریچه خروجی باز می شود و قسمتی از محصولات احتراق به صورت دود از دریچه خروجی خارج می شود، تا این که فشار گاز داخل استوانه با فشار جو یکسان شود. در این مرحله پیستون ساکن است.

(۶) **ضربه خروج گاز:** پیستون بالا می آید و بقیه محصولات احتراق را بیرون می راند و حجم فضای بالای پیستون از V_2 به مقدار اولیه V_1 می رسد.

براساس توضیحات درس باکس، در مرحله ضربه تراکم، پیستون به سمت بالا می رود و فشار و دمای گاز افزایش می یابد؛ بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در موتور درون سوز، در مرحله «ضربه قدرت»: پیستون می رود و فشار و دمای گاز می یابد.

(سوال ۴۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ (خارج از کشور))

(۱) پایین - کاهش

(۲) پایین - افزایش

(۳) بالا - کاهش

(۴) بالا - افزایش

کنکور

شیمی دهم

۴۱

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه به درستی اشاره شده است؟

• دو عنصر مشترک در بین هشت عنصر فراوان تر زمین و مشتری، در یک گروه جدول دوره‌ای قرار دارند.

S و O

• از فراوان ترین گاز نجیب مشتری، در ساخت لامپهای رشته‌ای استفاده می‌شود.

هلیوم

• سحابی‌ها بلافاصله بعد از تشکیل عناصر هیدروژن و هلیوم و با کاهش دما، ایجاد و سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند.

• فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون، شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کنند.

(۲) نادرست - نادرست - درست - نادرست

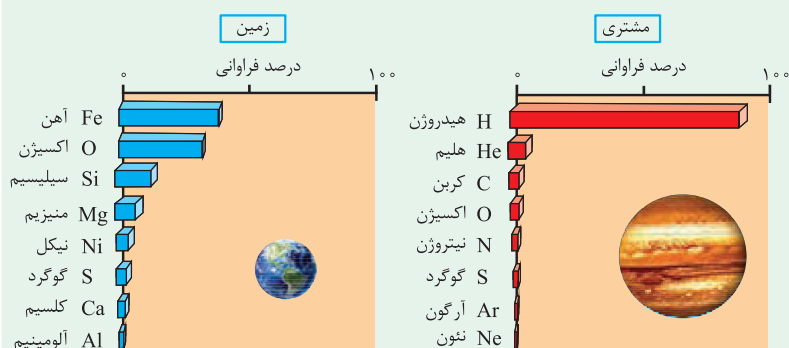
(۱) درست - درست - نادرست - درست

(۴) درست - نادرست - نادرست - درست

(۳) نادرست - نادرست - درست - درست

پاسخ: گزینه ۴

به شکل فراوانی هشت عنصر فراوان زمین و مشتری و نکات پیرامون آن توجه کنید:



Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al

H > He > C > O > N > S > Ar > Ne

(۱) ترتیب فراوانی عناصر زمین:

(۲) ترتیب فراوانی عناصر مشتری:

(۳) عناصر مشترک دو سیاره: S و O

(۴) همه هشت عنصر فراوان مشتری، گازی هستند، به جز گوگرد و کربن.

(۵) همه هشت عنصر فراوان زمین جامد هستند، به جز اکسیژن.

عبارتهای اول و چهارم، درست و عبارتهای دوم و سوم، نادرست‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت اول: گوگرد و اکسیژن دو عنصر مشترک در بین ۸ عنصر فراوان تر زمین و مشتری هستند که در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارند.

عبارت دوم: فراوان ترین گاز نجیب مشتری، هلیوم است، در حالی که از آرگون در ساخت لامپهای رشته‌ای استفاده می‌شود.

فراوان ترین گاز نجیب سیاره مشتری، هلیوم است. در حالی که فراوان ترین گاز نجیب هواکره، آرگون می‌باشد.

گول نخوری ✗

عبارت سوم: با گذشت زمان و کاهش دما، سحابی‌ها از عناصر هیدروژن و هلیوم تشکیل شدند.

عبارت چهارم: متن کتابه و کاملاً درسته!



۴۲ در $۲/۴۰۸ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول کربن مونواکسید، چند مول الکترون پیوندی وجود دارد؟

۱/۲ (۲)

۰/۸ (۱)

۳/۶ (۴)

۲/۴ (۳)

پاسخ گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به شمار مولکول های CO، شمار الکترون های پیوندی آن را محاسبه می کنیم:

: $C \equiv O$:

$$\frac{۲/۴۰۸ \times ۱۰^{۲۳} \text{ CO} \times \frac{۱ \text{ mol CO}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ CO}} \times \frac{۶ \text{ mol الکترون پیوندی}}{۱ \text{ mol CO}}}{۱} = ۲/۴ \text{ mol الکترون پیوندی}$$

$$\frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۲/۴۰۸ \times ۱۰^{۲۳}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}} = \frac{x}{۶}$$

شمار الکترون پیوندی

$$\Rightarrow x = ۲/۴ \text{ mol الکترون پیوندی}$$

په جور دیگه

۴۳

با توجه به آرایش الکترونی بیرونی زیرلایه الکترونی یون های $D^{2-} : 2p^6$ و $X^{2+} : 3d^9$ ، $B^{2+} : 3d^2$ ، $A^- : 4p^6$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون های ظرفیت اتم های B و X، دو برابر شمار الکترون های A^- است.
- (۲) تفاوت عدد اتمی دو عنصر دسته p، برابر تفاوت عدد اتمی دو عنصر دیگر است.
- (۳) فرمول ترکیب مولکولی عنصر X با کلر می تواند به صورت XCl_2 یا XCl_4 باشد.
- (۴) مجموع شمار الکترون ها با $l=1$ در اتم عناصر A و X، پنج برابر اتم عنصر B است.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا با توجه به آرایش الکترون بیرونی ترین زیرلایه، عدد اتمی، آرایش الکترونی، شماره دوره و گروه عنصرها را مشخص می کنیم:

$$A^- : [18Ar] 3d^1 4s^2 4p^6 \Rightarrow A : [18Ar] 3d^1 4s^2 4p^5 \Rightarrow A : 35Br \begin{cases} \text{شماره دوره: ۴} \\ \text{شماره گروه: ۱۷} \end{cases}$$

$$B^{2+} : [18Ar] 3d^2 \Rightarrow B : [18Ar] 3d^2 4s^2 \Rightarrow B : 22Ti \Rightarrow \begin{cases} \text{شماره دوره: ۴} \\ \text{شماره گروه: ۴} \end{cases}$$

$$X^{2+} : [18Ar] 3d^9 \Rightarrow X : [18Ar] 3d^1 4s^1 \Rightarrow X : 29Cu \begin{cases} \text{شماره دوره: ۴} \\ \text{شماره گروه: ۱۱} \end{cases}$$

$$D^{2-} : 1s^2 2s^2 2p^6 \Rightarrow D : 1s^2 2s^2 2p^4 \Rightarrow D : 8O \begin{cases} \text{شماره دوره: ۲} \\ \text{شماره گروه: ۱۶} \end{cases}$$

از میان عناصر A تا D، B و X، متعلق به دسته d و A و D متعلق به دسته p هستند.

الکترون های ظرفیتی B و X در زیرلایه های $3d^2 4s^2$ و $3d^1 4s^1$ قرار دارند و مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آنها برابر است با:

$$\begin{cases} B \rightarrow 3d^2 4s^2 \Rightarrow (3+2) \times 2 + (4+0) \times 2 = 18 \\ X \rightarrow 3d^1 4s^1 \Rightarrow (3+2) \times 1 + (4+0) \times 1 = 10 \end{cases} \begin{cases} 18 + 54 = 72 \\ 18 + 54 = 72 \end{cases}$$

شمار الکترون های گونه A^- برابر ۳۶ و نسبت ۷۲ به ۳۶ برابر ۲ است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۲): تفاوت عدد اتمی A و D برابر ۸ و ۲۷ و تفاوت عدد اتمی B و X برابر ۲۹ و ۷ برابر ۷ است.

گزینه (۳): ترکیب حاصل از عنصر $(Cu)X$ با کلر، ترکیب یونی خواهد بود و لفظ ترکیب مولکولی اشتباه است.

گزینه (۴): شمار الکترون ها با $l=1$ (p) در دو عنصر A، B و X به صورت زیر است:

$$35A : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 4p^5 \Rightarrow 6 + 6 + 5 = 17$$

$$22B : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2 \Rightarrow 6 + 6 = 12$$

$$29X : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^1 \Rightarrow 6 + 6 = 12$$

$$\frac{\text{مجموع شمار الکترون ها با } l=1 \text{ در } A, X}{\text{شمار الکترون ها با } l=1 \text{ در } B} = \frac{12+17}{12} \neq 5$$

کنکور

با توجه به آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه الکترونی یون های $A^{2+} : 3d^5$ ، $E^{3+} : 3p^6$ ، $X^{2-} : 3p^6$ کدام مورد درست است؟

(سؤال ۷۸ کنکور تهرمی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

(۱) تفاوت عدد اتمی A و E، با شمار الکترون های $l=0$ در اتم D، برابر است.

(۲) شمار الکترون های ظرفیت اتم A، برابر با مجموع شمار الکترون های ظرفیتی E و D است.

(۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون های بیرونی ترین زیرلایه اتم همه عنصرها، برابر ۴۰ است.

(۴) از واکنش جداگانه اتم های E و D با گاز اکسیژن، امکان تشکیل مولکول های قطبی و ناقطبی وجود دارد.

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

- (الف) انرژی همانند ماده، در نگاه میکروسکوپی، پیوسته و در نگاه ماکروسکوپی، گسسته است.
 (ب) بور با کوانتیده در نظر گرفتن انرژی الکترون، توانست طیف نشری خطی اغلب عناصر را توجیه کند.
 (پ) ۷۵ درصد نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی، دارای طول موج کوتاه‌تر از ۵۰۰ نانومتر هستند.
 (ت) انرژی لایه $n = 1$ در اتم هیدروژن و هلیوم متفاوت است.

(۲) الف - ب

(۱) پ - ت

(۴) ب - پ

(۳) الف - ت

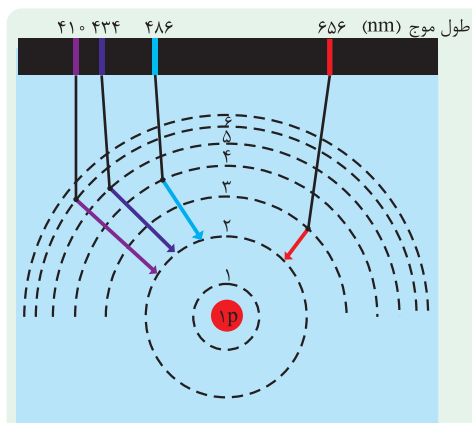
پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) انرژی همانند ماده در نگاه ماکروسکوپی، پیوسته و در نگاه میکروسکوپی، گسسته است.

(ب) مدل بور با موفقیت، طیف نشری هیدروژن را توجیه می‌کند، ولی توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عناصر را ندارد.



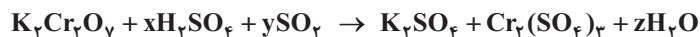
طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی شامل ۴ طول موج ۴۱۰، ۴۳۴، ۴۸۶ و ۶۵۶ نانومتر به رنگ‌های بنفش، نیلی، آبی و سرخ است که حاصل انتقال الکترون از لایه‌های ۶، ۵، ۴ و ۳ به ۲ هستند.



(پ) ۳ پرتو از ۴ پرتو طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی، طول موج کم‌تر از ۵۰۰ نانومتر دارند که معادل ۷۵٪ است.

(ت) در عناصر مختلف، انرژی لایه‌های الکترونی، متفاوت و به عدد اتمی وابسته است؛ بنابراین انرژی لایه اول در دو عنصر هیدروژن و هلیوم متفاوت است.

پس از موازنه معادله واکنش زیر، مقادیر x ، y و z به ترتیب کدام اند؟



$$x = 4, y = 1, z = 4 \quad (2)$$

$$x = 1, y = 3, z = 1 \quad (1)$$

$$x = 3, y = 2, z = 1 \quad (4)$$

$$x = 2, y = 2, z = 1 \quad (3)$$

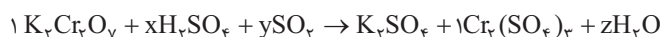
پاسخ: گزینه ۱



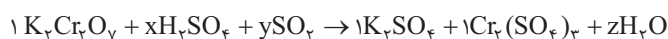
Hint

برای موازنه واکنش، ابتدا عنصر شروع کننده را انتخاب می کنیم و با مشخص کردن ضریب آن در دو سمت واکنش، موازنه را به روش واریسی ادامه می دهیم تا جایی که ادامه موازنه به روش واریسی ممکن نباشد، سراغ حل معادله می رویم.

عنصر شروع کننده می تواند Cr باشد که در دو سمت معادله در دو ترکیب پیچیده حضور دارد:



با توجه به مشخص شدن ضریب K در سمت چپ واکنش، ضریب عنصر K را در سمت راست واکنش نیز مشخص می کنیم و موازنه را با عنصر گوگرد که تکلیف آن در سمت راست واکنش مشخص می شود، ادامه می دهیم؛ بنابراین:



$$z = x$$

(۱) شمار عناصر هیدروژن دو سمت واکنش برابر است؛ بنابراین:

$$x + y = 1 + 3 = 4$$

(۲) شمار عناصر گوگرد دو سمت واکنش برابر است؛ بنابراین:

$$7 + 4x + 2y = 4 + 12 + z = 16 + z$$

(۳) شمار عناصر اکسیژن دو سمت واکنش برابر است؛ بنابراین:

از معادله های بالا نتیجه می گیریم:

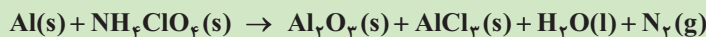
$$7 + 4x + 2y = 16 + \underset{=x}{z} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = z = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

با توجه به این که هیدروژن در دو سمت واکنش فقط در یک ماده وجود دارد، $x = z$ است؛ بنابراین گزینه های (۳) و (۴) رد می شوند. همچنین با توجه به موازنه گوگرد، حاصل $(x + y)$ باید برابر ۴ باشد که فقط در گزینه (۱)، برقرار است.



تutor

واکنش آلومینیم با آمونیوم پرکلرات مطابق معادله شیمیایی موازنه نشده زیر انجام می شود:



به ازای مصرف ۵ / ۰ مول آلومینیم، چند لیتر گاز نیتروژن در شرایط استاندارد تولید و چند مول آمونیوم پرکلرات مصرف می شود؟

۲) ۳۶ / ۳ - ۰

۱) ۳۶ / ۳ - ۰ / ۴

۴) ۲۴ / ۲ - ۰ / ۴

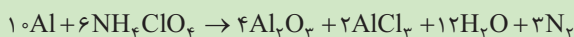
۳) ۲۴ / ۲ - ۰ / ۳

مشاوره در برخی سؤالات استوکیومتری، نکته اصلی، موازنه سؤال است. وگرنه محاسبات استوکیومتری لزوماً مشکلزا نیستند. مانند این سؤال، آزمون که با توجه به داده های سؤال، محاسبات استوکیومتری بسیار ساده و در حد مقایسه مول و حجم می باشد.

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: موازنه واکنش:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: محاسبه لیتر گاز N_2 :

$$0.5 \text{ mol Al} \times \frac{3 \text{ mol N}_2}{10 \text{ mol Al}} \times \frac{22.4 \text{ L N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 3.36 \text{ L N}_2$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{\text{Al}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{\text{N}_2} \Rightarrow \frac{0.5}{10} = \frac{x}{3 \times 22.4 / 4} \Rightarrow x = 3.36 \text{ L N}_2$$

یه جور دیگه

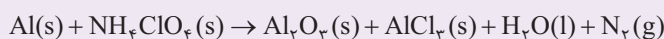
گام سوم: محاسبه مول آمونیوم پرکلرات:

$$0.5 \text{ mol Al} \times \frac{6 \text{ mol NH}_4\text{ClO}_4}{10 \text{ mol Al}} = 0.3 \text{ mol NH}_4\text{ClO}_4$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{\text{Al}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{\text{NH}_4\text{ClO}_4} \Rightarrow \frac{0.5}{10} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = 0.3 \text{ mol NH}_4\text{ClO}_4$$

یه جور دیگه

واکنش آلومینیم یا آمونیوم پرکلرات مطابق معادله شیمیایی زیر انجام می شود:



(شیمی ۱ - تمرین ۴ صفحه ۸۳ کتاب درسی)

(معادله شیمیایی، موازنه نشده است.)

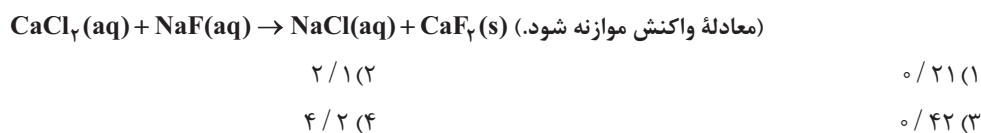
الف) از واکنش ۲ / ۱۶ کیلوگرم آلومینیم با مقدار کافی از آمونیوم پرکلرات، چند لیتر گاز نیتروژن در STP تولید می شود؟

ب) نسبت جرمی آلومینیم کلرید تولید شده به آلومینیم اکسید تولید شده چند است؟

کتاب
درسی

با توجه به واکنش زیر، برای تهیه ۵۲۰ کیلوگرم کلسیم فلئورید، به تقریب چند متر مکعب محلول ۸۴ درصد جرمی سدیم فلئورید با چگالی ۱/۶ گرم بر میلی لیتر نیاز است؟ ($F = 19, Na = 23, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)

(معادله واکنش موازنه شود.)



۲/۱ (۲)

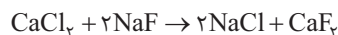
۰/۲۱ (۱)

۴/۲ (۴)

۰/۴۲ (۳)

پاسخ گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:



گام دوم: با توجه به جرم کلسیم فلئورید، حجم محلول سدیم فلئورید را به دست می آوریم:

$$520 \text{ kg } CaF_2 \times \frac{1000 \text{ g } CaF_2}{1 \text{ kg } CaF_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaF_2}{78 \text{ g } CaF_2} \times \frac{2 \text{ mol } NaF}{1 \text{ mol } CaF_2} \times \frac{42 \text{ g } NaF}{1 \text{ mol } NaF} \times \frac{100 \text{ g } \text{ محلول}}{84 \text{ g } NaF} \times \frac{1 \text{ mL } \text{ محلول}}{1/6 \text{ g } \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ L } \text{ محلول}}{1000 \text{ mL } \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ m}^3 \text{ محلول}}{1000 \text{ L } \text{ محلول}} = 0/42 \text{ m}^3 \text{ محلول}$$

په جور دیگه

ابتدا به کمک رابطه $M = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}}$ ، غلظت محلول سدیم فلئورید را محاسبه می کنیم:

$$M_{NaF} = \frac{10 \times 84 \times 1/6}{42} = 32 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

به کمک رابطه تناسب، حجم محلول سدیم فلئورید را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولار}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{520 \times 10^3}{1 \times 78} = \frac{32 \times V}{2}$$

$$\Rightarrow V = 420 \text{ L} = 0/42 \text{ m}^3 \text{ NaF محلول}$$

توجه وقتی گزینه ها به صورت x ، $2x$ ، $10x$ و $20x$ مطرح می شود باید در محاسبات به صفرهای جلوی اعداد و ضرایب استوکیومتری خیلی دقت کنید، زیرا در صورت اشتباه در هر مورد، جواب نادرست را انتخاب خواهید کرد.

کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) با افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات، فراورده سفیدرنگی تولید می‌شود که حالت فیزیکی آن مشابه حالت فیزیکی هیچ‌یک از واکنش‌دهنده‌ها نیست.
- (۲) از واکنش محلول منیزیم سولفات با مقدار کافی پودر باریم کلرید، فراورده‌ای محلول در آب تشکیل می‌شود.
- (۳) در جداسازی و تصفیه آب دریا به روش صافی کربن، می‌توان اجزایی، مانند ترکیبات آلی فزار در آب را جداسازی کرد.
- (۴) در روش اسمز معکوس به کمک پمپ فشار، نمک از محیط رقیق به محیط غلیظ و آب از محیط غلیظ به محیط رقیق می‌رود.

پاسخ گزینه ۴

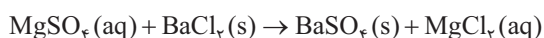
در اسمز معکوس با ایجاد پمپ فشار، آب از محیط غلیظ به محیط رقیق جابه‌جا می‌شود و نمک جابه‌جا نمی‌شود.

ترکیبات AgCl ، BaSO_4 ، $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ و $\text{Mg}(\text{OH})_2$ ، در آب نامحلول هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): با توجه به واکنش $\text{NaCl}(\text{aq}) + \text{AgNO}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{AgCl}(\text{s}) + \text{NaNO}_3(\text{aq})$ ، نقره کلرید رسوب و جامد بوده و حالت فیزیکی آن مشابه سایر مواد شرکت‌کننده در واکنش نیست.

گزینه (۲): واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



گزینه (۳): روش صافی کربن و اسمز معکوس برخلاف تقطیر، امکان جداسازی ترکیبات آلی فزار را دارند و هر سه روش در جداسازی میکروب‌ها ناتوان هستند که به این منظور از کلر استفاده می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



انحلال پذیری سدیم کلرید در دماهای 30°C و 90°C به ترتیب برابر با ۳۵ و 40°C گرم در 100 گرم آب است. اگر همه آب موجود در 267 گرم از محلول سیرشده این نمک در دمای 12°C تبخیر شود، چند گرم نمک در ته ظرف باقی می ماند؟

۶۷ (۱)	۷۶ (۲)
۸۹ / ۴ (۳)	۹۸ / ۴ (۴)

پاسخ گزینه ۱

Hint

با توجه به این که روند انحلال پذیری NaCl در آب خطی است، معادله انحلال پذیری آن را به دست می آوریم و با توجه به آن میزان انحلال پذیری نمک در دمای 12°C را محاسبه می کنیم.

گام اول: معادله انحلال پذیری NaCl در آب به صورت $S = a\theta + b$ است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} S_{30} = 30a + b = 35 \\ S_{90} = 90a + b = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60a = 5 \\ a = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$b = 32/5$$

گام دوم: میزان انحلال پذیری نمک را در 12°C به دست می آوریم:

$$S_{12} = \frac{1}{12} \times 12 + 32/5 = 33/5$$

گام سوم: با توجه به انحلال پذیری نمک در دمای 12°C ، میزان نمک در 267 گرم محلول سیرشده را محاسبه می کنیم:

$$12^{\circ}\text{C} \text{ دمای } S = 33/5 \Rightarrow \begin{cases} \text{نمک } 33/5 \text{ g} \\ \text{آب } 100 \text{ g} \\ \text{محلول } 133/5 \text{ g} \end{cases}$$

بنابراین با توجه به روابط بالا داریم:

$$\text{حل شونده } 67 \text{ g} = \frac{\text{حل شونده } 33/5 \text{ g}}{\text{محلول } 133/5 \text{ g}} \times \text{محلول } 267 \text{ g}$$

حواستون باشه که در این سؤال همانند برخی سؤالات کنکور، اعداد گزینه ها با جابه جایی ارقام چیده شده اند و اگر در حل سؤال در انتها به جواب درست هم برسید و حواستون نباشه ممکن دچار خطای دیداری بشید و گزینه دیگه ای رو بزنید.

گول نخوری

۵۰ کدام مورد، درست است؟

- (۱) در شرایط یکسان، گاز NO دشوارتر از گاز O_2 به مایع تبدیل می‌شود.
- (۲) انحلال پذیری گازها در آب برخلاف انحلال پذیری همه نمکها در آب، با دما رابطه وارونه دارد.
- (۳) در دمای یکسان، اگر انحلال پذیری گاز N_2 در آب بیشتر از گاز NO باشد، به یقین فشار گاز N_2 بیشتر است.
- (۴) انحلال پذیری نمکهای نیترات در آب، با افزایش دما به صورت خطی افزایش می‌یابد.

$NaNO_3$ ، KNO_3 و ...

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شرایط یکسان، مقایسه انحلال پذیری سه گاز NO ، N_2 و O_2 به صورت $N_2 < O_2 < NO$ است.

در دما و فشار یکسان، انحلال پذیری NO از N_2 بیشتر است؛ بنابراین در دمای یکسان، برای آنکه انحلال پذیری N_2 از NO بیشتر باشد، باید فشار گاز N_2 بالاتر باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): NO و O_2 جرم مولی تقریباً یکسانی دارند، ولی مولکول NO قطبی و O_2 ناقطبی است؛ بنابراین نیروی بین مولکولی NO از O_2 قوی‌تر است و تمایل تبدیل شدن آن به مایع بیشتر است و گاز O_2 دشوارتر مایع می‌شود.

گزینه (۲): انحلال پذیری گازها با دما رابطه معکوس دارد، ولی انحلال پذیری نمکها غالباً با دما رابطه مستقیم دارد، برای مثال انحلال پذیری لیتیم سولفات در آب با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

گزینه (۴): طبق نمودار زیر، نمودار انحلال پذیری همه نمکهای نیترات به صورت خطی نیست، مثلاً نمودار KNO_3 به صورت سهمی است.

